

2024 级高二下学期定时练习

数 学

本卷满分 150 分,练习时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用 0.5 毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在本卷上答题无效。
5. 定时练习结束后,只将答题卡交回。

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 抛物线 $x^2 = -8y$ 的准线方程为

- A. $x = -2$ B. $y = -2$ C. $x = 2$ D. $y = 2$

2. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = -2$, $a_6 = 4$, 则 $a_9 =$

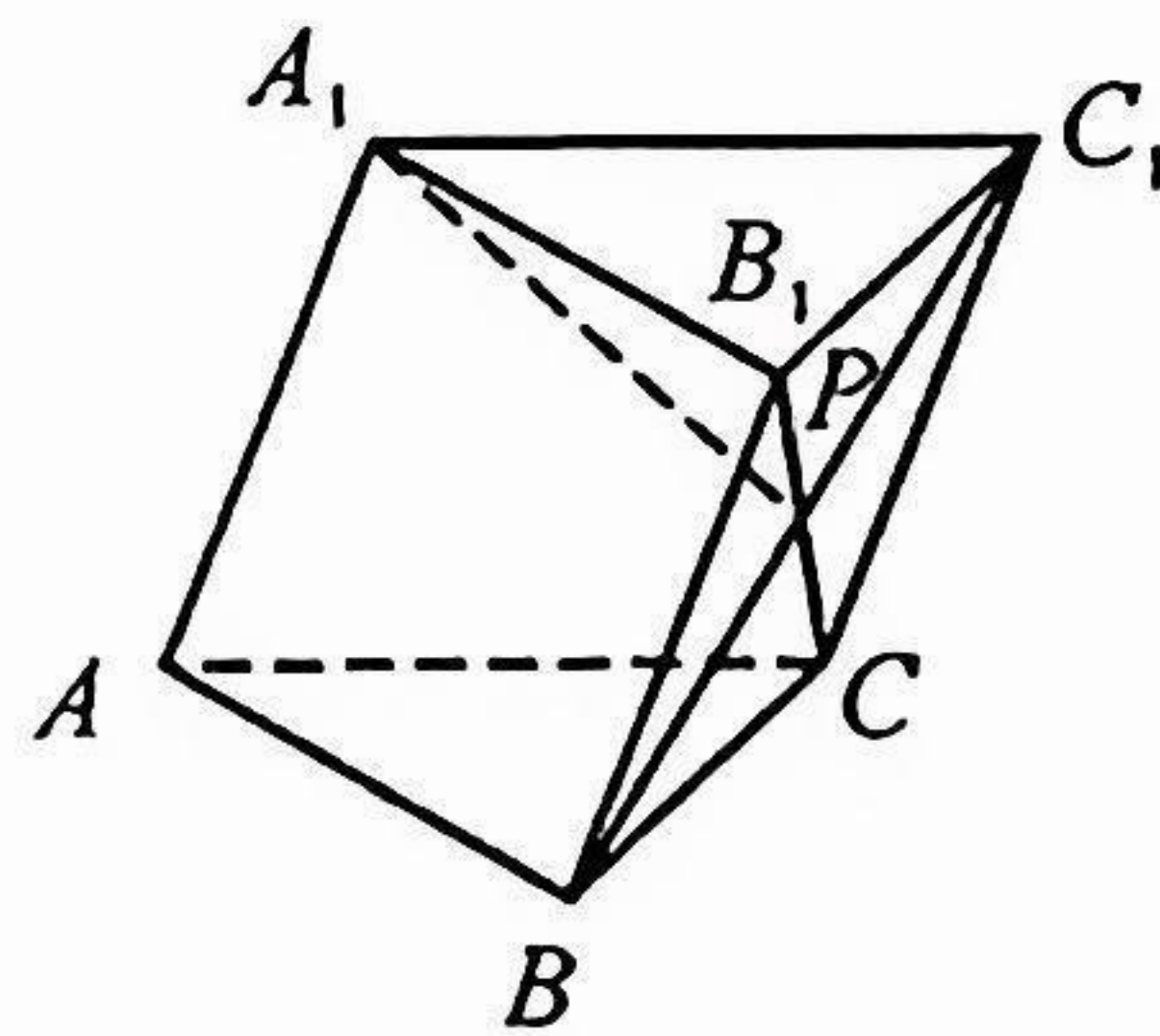
- A. -8 B. -6 C. 6 D. 8

3. 设 $n \in \mathbb{N}^*$, $(1+x)^n$ 的展开式中 x^2 的系数为 15, 则 $n =$

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

4. 如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, BC_1 与 B_1C 的交点为 P , 则 $\overrightarrow{A_1P} =$

- A. $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA_1})$ B. $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AA_1})$
C. $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA_1})$ D. $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$



5. 已知随机变量 $X \sim N(2, \sigma^2)$, 且 $P(1 < X < 3) = 0.6$, 则 $P(X < 1) =$

- A. 0.1 B. 0.2 C. 0.3 D. 0.4

6. 三所友好学校的师生分别在周一、周二和周三来校访问. 现有 3 名教师和 3 名学生作为志愿者负责接待, 每天安排教师和学生各 1 人, 每人安排一天, 其中教师甲不能安排在周一, 则不同的安排方法共有

A. 12 种 B. 18 种 C. 24 种 D. 30 种

7. 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右顶点为 A, 上顶点为 B, 若直线 AB 与圆 $O: x^2 + y^2 = \frac{2}{5}ab$ 相切, 则该椭圆的离心率为

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

8. 已知函数 $f(x) = e^{x+a} - 3x + b$, 若 $f(x) \geq 0$ 对 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立, 则 $f(\frac{b}{3})$ 的最小值为

A. e^3 B. $3e$ C. $\frac{e}{3}$ D. $\frac{3}{e}$

二、选择题: 本大题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分。

9. 已知函数 $f(x) = x - \sin x$, 则

A. $f(x)$ 是奇函数 B. $f(x+2\pi) = f(x) + f(2\pi)$
C. $f(x)$ 恰有 3 个零点 D. $\forall x > 1, f(x) > f(2-x)$

10. 长时间使用电子产品会一定程度影响视力. 据调查, 某校学生有 40% 的人近视, 而该校有 20% 的学生每天使用电子产品的时间超过 1 h, 这些人的近视率为 50%. 则该校

A. 既近视又每天使用电子产品的时间超过 1 h 的学生有 15%
B. 近视但每天使用电子产品的时间不超过 1 h 的学生有 30%
C. 近视的学生中每天使用电子产品的时间不超过 1 h 的有 75%
D. 不近视的学生中每天使用电子产品的时间超过 1 h 的有 20%

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n} = \frac{n^2}{a_n} (n \in \mathbb{N}^*)$, 且 $a_1 = 1$, 则

A. 6 是数列 $\{a_n\}$ 中的项 B. $\{\frac{a_{n+1}}{a_n}\}$ 是递增数列
C. $\{a_{n+1} - a_n\}$ 是等差数列 D. $a_{6n} + a_{6n+1} + \cdots + a_{6n+9}$ 能被 15 整除

三、填空题:本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分。

12. 函数 $f(x) = x^3 - 3x (0 \leq x \leq 2)$ 的最小值为_____。

13. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,公差 $d \neq 0$,前 n 项和为 S_n . 若 $S_{15} = 5(a_4 + a_6 + a_k)$,则 $k =$ _____。

14. 设 X 表示 n 次独立重复试验中随机事件 A 发生的次数. 已知 $E(X) = 2.4, D(X) = 1.92$, 则 $n =$ _____; 变量 $e_k = k \cdot P(X=k)$ 表示 $X=k$ 对 $E(X)$ 的贡献值,当 e_k 最大时, $k =$ _____。

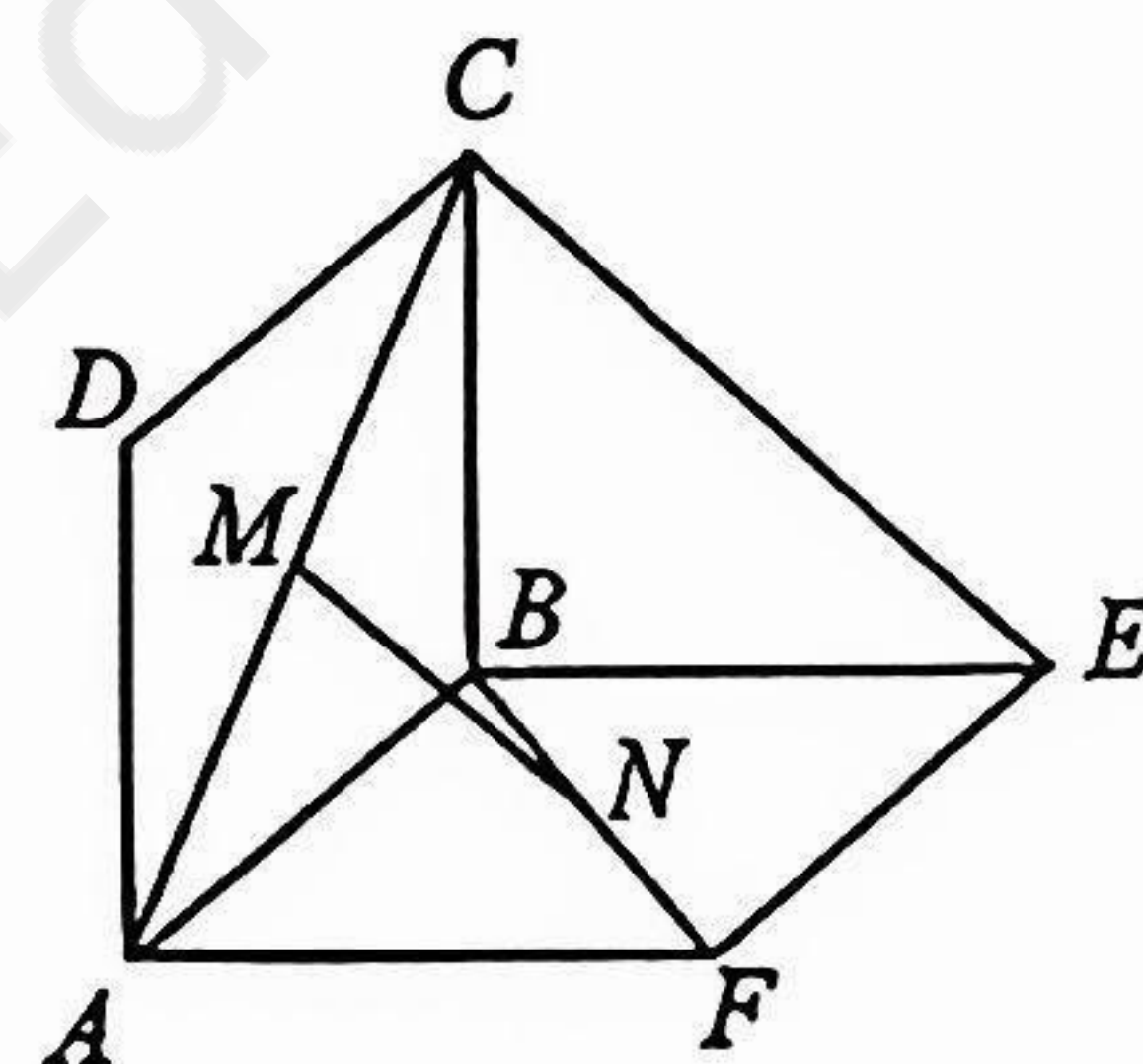
四、解答题:本大题共 5 小题,共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (本小题满分 13 分)

如图,两个正方形 $ABCD, ABEF$ 所在平面互相垂直, M, N 分别是 AC 和 BF 的中点。

(1)证明: $MN \parallel$ 平面 BCE ;

(2)求平面 MNA 与平面 MNB 夹角的余弦值。



16. (本小题满分 15 分)

已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $\{b_n\}$ 是等比数列, $a_1 = b_1 = 1$. 设 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_2 = a_2$, $S_3 = a_4$.

(1)求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2)若数列 $\{\frac{a_n}{b_n}\}$ 的前 n 项和 $T_n < \lambda$ 对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ 都成立,求整数 λ 的最小值。

17. (本小题满分 15 分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 $F(4, 0)$, 一条渐近线为 $l: y = \sqrt{3}x$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 设 C 的左顶点为 A , 点 P 在 l 上, 且 $|PA| = |PF|$.

① 求 $\triangle APF$ 的外接圆的标准方程;

② 设直线 AP 与 C 交于另一点 B , 求 $\angle ABF$ 的大小.

18. (本小题满分 17 分)

盒中现有 5 个乒乓球, 其中 2 个是新球, 另外 3 个是旧球. 每次训练时从盒中随机取出 2 个球使用, 训练结束后将球全部放回盒中, 新球使用后即为旧球.

(1) 第一次训练前 5 个乒乓球随机排成一列, 求 2 个新球不相邻的概率;

(2) 设第一次训练时取出新球的个数为 X , 求随机变量 X 的分布列和数学期望;

(3) 求第二次训练结束后, 盒中至少还有 1 个新球的概率.

19. (本小题满分 17 分)

已知函数 $f(x) = x \ln x - ax^2 + b$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线为 l , 已知 l 在 y 轴上的截距为 a .

(1) 求 b 的值;

(2) 若 $x + f(x) < 1$ 恒成立, 求 a 的取值范围;

(3) 若函数 $f(x)$ 存在最大值, 求 a 的取值范围.