# 高三年级适应性练习

# 数　学

**说明：**

1. 本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷，共4页，考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试卷、草稿纸上答题无效．考试结束后，将答题卡交回．

2. 本试卷满分150分，120分钟完卷．

## 第Ⅰ卷（选择题　58分）

**一．选择题：**本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的．请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上．

1. 已知集合$A=\{-1,0,2,3,4\}$，$B=\{x\mid \ln x\leqslant 1\}$，则$A\cap B=$

A. $(0,e]$　　B. $\{-1,0,2\}$　　C. $\{2\}$　　D. $\{2,3\}$

2. 在复平面内，复数$z=\dfrac{1-i}{i}$，则$z$的共轭复数对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 在$\triangle ABC$中，$AB=\sqrt{3}$，$AC=\sqrt{7}$，$BC=4$，则$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=$

A. 6　　B. −6　　C. −3　　D. 3

4. 已知等差数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，若$S_5-S_3=6$，则$S_8=$

A. 36　　B. 32　　C. 24　　D. 18

5. 德阳市教育行政部门近期将安排甲、乙、丙、丁4名教育专家前往阿坝、若尔盖、越西三个地区指导教育教学工作，则每个地区至少安排1名专家的方法数为

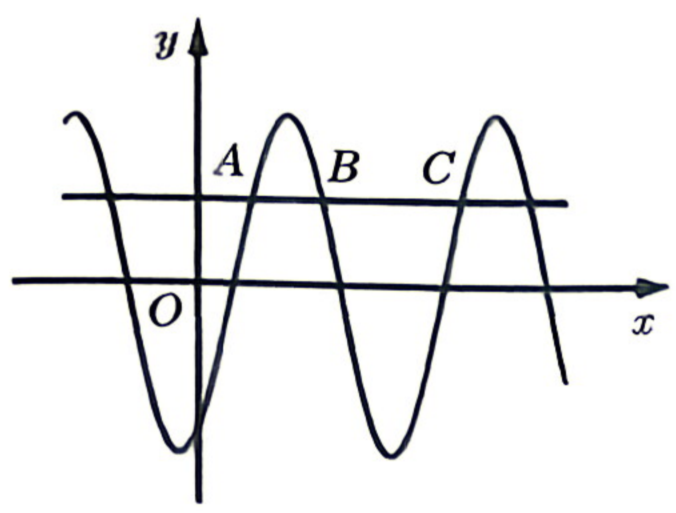
A. 24　　B. 36　　C. 72　　D. 81

6. 已知函数$f(x)=e^x+x$，$g(x)=\ln x+x$，$h(x)=x-\sin x$的零点分别为$a$、$b$、$c$，则

A. $a>b>c$　　B. $b>c>a$

C. $c>a>b$　　D. $b>a>c$

7. 如图，函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$的图象与直线$y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$相交，$A$、$B$、$C$是相邻的三个交点，且$|BC|-|AB|=\dfrac{\pi}{3}$，则$\omega=$




A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

8. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的左右焦点分别为$F_1,F_2$,过$F_1$的直线与双曲线的左右两支分别交于$A$、$B$,若$\Delta AF_1F_2,\Delta BF_1F_2$的内切圆面积之比为1:4,则双曲线的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. 3

**二.多项选择题**:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的四个选项中,有几项是符合题目要求的.

9. 下列说法中正确的是

A. 数据0,1,2,4的极差与中位数之积为6

B. 对随机事件$A$、$B$,若$P(A)=P(B)$,则$P(A+B)=P(AB)$

C. 已知一组不全相同的数据$x_1,x_2,\cdots,x_n$的平均数为$x_0$,在这组数据中加入一个数$x_0$后得到一组新数据的平均数还是$x_0$

D. 在具有线性相关关系的两个变量的统计数据所得的回归直线方程$\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}x$中,$\hat{b}=2,\bar{x}=1,\bar{y}=3$,则$\hat{a}=1$

10. 在棱长为1的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,$\overrightarrow{AP}=\lambda\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right),\lambda\in(0,1)$. 则下面结论中正确的是

A.存在$\lambda\in(0,1)$,使得平面$A_1DP$ // 平面$B_1CD_1$

B.$\lambda=\frac{1}{3}$是$AC_1\perp$平面$A_1DP$的充要条件

C.$S_1,S_2$分别是$\triangle A_1DP$在平面$A_1B_1C_1D_1$,平面$BB_1C_1C$上的投影图形的面积,对任意$\lambda\in(0,1)$,都有$S_1\neq S_2$

D.任意$\lambda\in(0,1)$,$\triangle A_1DP$的面积不等于$\frac{\sqrt{2}}{6}$

11. 已知函数$f(x)=(x-1)(x-2)\cdots(x-2026)$,$x\in R$,$f'(x)$是$f(x)$的导数,下列结论正确的是

A. $f(x)$的图象是轴对称图形　　B. $f(x)$的极大值点和极小值点个数相同

C. $f'(2026)=2025!$　　D. 方程$f'(x)=f(x)$有根

## 第II卷(非选择题　92分)

**三.填空题**:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. $\left(\frac{1}{x}-\sqrt{x}\right)^{10}$展开式中$x^2$的系数等于________.

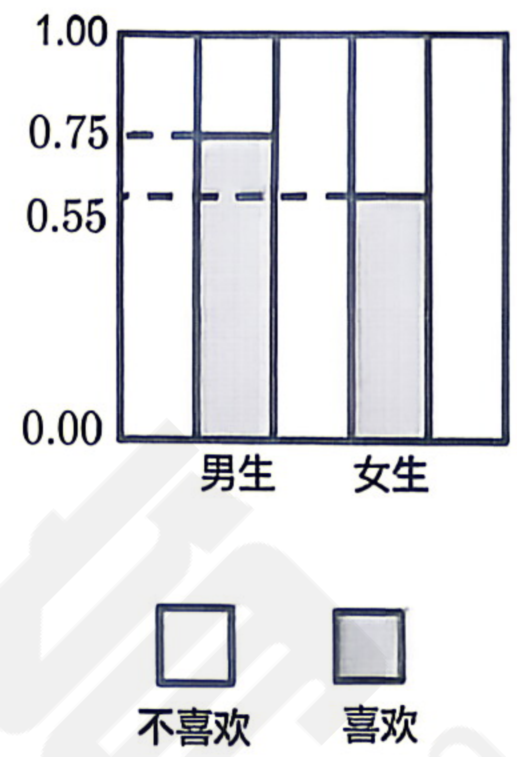
13. 过点$D$ (0,1)的直线交抛物线$C$:$x^2=y$于$P,Q$两点,直线$l$过点$P$且与$C$相切,则直线$l$与直线$OQ$斜率之积为________.

14. 在平面直角坐标内($O$为坐标原点),已知$A(1,0)$,$B\left(\frac{4}{5},-\frac{3}{5}\right)$,将$B$绕$O$沿逆时针方向旋转60°到点$C$,设$\angle AOC=\alpha$,则$\sqrt{3}\cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}$的值为______.

**四.解答题：**共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.(本题13分)

针对近年兴起的人工智能应用热,某高中准备开设人工智能应用学习班,在全校范围内采用简单随机抽样的方法,分别抽取了男生和女生各100名作为样本,调查学生是否喜欢人工智能应用,经统计得到了如图所示的等高堆积条形图.




(1)根据等高堆积条形图,填写下列2×2列联表,并依据$\alpha=0.010$的独立性检验,推断是否可以认为该校学生的性别与是否喜欢人工智能应用有关联;

| 性别 | 是否喜欢人工智能应用 | | 合计 |
|---|---|---|---|
| | 是 | 否 | |
| 男生 | | | |
| 女生 | | | |
| 合计 | | | |

(2)已知该校男生女生人数之比为4:5,将样本的频率视为概率,现从全校学生中随机抽取1名学生,已知该生喜欢人工智能应用,求该生为女生的概率.

| $\alpha$ | 0.10 | 0.05 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
|---|---|---|---|---|---|
| $x_\alpha$ | 2.706 | 3.841 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

参考公式:$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中$n=a+b+c+d$.

16.(本题15分)

已知数列$\{a_n\}$中,$a_1=\dfrac{4}{3}$,$a_{n+1}=\dfrac{2}{3-a_n}(n\in N^*)$.

(1)求$a_2,a_3$;

(2)设$b_n=\dfrac{2-a_n}{a_n-1}$,证明:数列$\{b_n\}$是等比数列;

(3)记$c_n=(a_{n+1}-1)(2-a_n)$,求数列$\{c_n\}$的前$n$项和$S_n$.

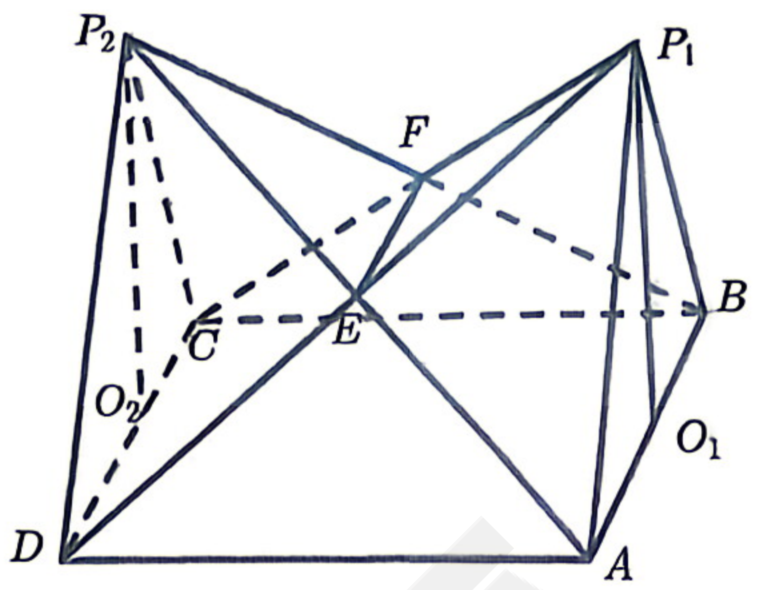
17.(本题15分)

如图,已知两个四棱锥$P_1-ABCD$与$P_2-ABCD$的公共底面是边长为2的正方形,顶点$P_1,P_2$在底面的同侧.棱锥的高$P_1O_1=P_2O_2=\sqrt{3}$,$O_1,O_2$分别为$AB,CD$的中点,$P_1D$与$P_2A$交于点$E$,$P_1C$与$P_2B$交于点$F$.

(1)证明:$EF$ // 平面$ABCD$;

(2)求二面角$A-EF-C$的平面角的正弦值.

(3)求多面体$ABCDEF$外接球的面积.




18.(本题17分)

已知函数$f(x)=e^{x+1}-a\ln(ax)+a$.

(1)当$a=1$时,求函数$f(x)$在$x=1$处的切线方程;

(2)若$f(x)\geqslant 0$恒成立,求$a$的取值范围;

(3)证明:$\dfrac{e^n-1}{e-1}\geqslant \ln(n!)+n(n\in N^*)$.

19.(本题17分)

已知椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,左顶点为$A$,下顶点为$B$,$\Delta AOB$的面积为1($O$为坐标原点).

(1)求椭圆的方程;

(2)点$P$为椭圆上任意一点,以$P$为圆心$PO$为半径的圆与以椭圆焦点$F$为圆心半径为$r(r>0)$的圆的公共弦为$MN$,是否存在$r$,使得$\triangle FMN$的面积为定值(与点$P$无关)?若存在,求出$r$及$\triangle FMN$的面积;否则说明理由.

(3)事实上(2)的结论对任意椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$都成立,写出该结论(不需要证明).