达州市普通高中 2024 届第二次诊断性测试

数学试题（文科）

注意事项：

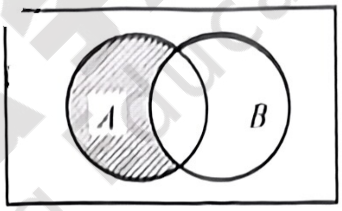
1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．复数 z 满足 $z=\dfrac{i}{1-i}$，则 z 的虚部是

A．$-\dfrac{1}{2}i$　　B．$\dfrac{1}{2}i$　　C．$-\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{1}{2}$

2．设全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x\mid -1<x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid x^2-4x<0\}$，则图中阴影部分对应的集合是



A．$\{x\mid -1<x\leqslant 2\}$

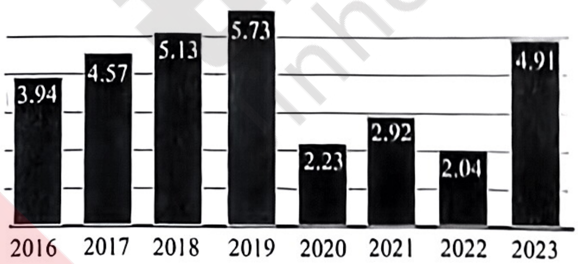
B．$\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$

C．$\{x\mid -1<x\leqslant 0\}$

D．$\{x\mid -1<x<0\}$

3．下图是某地区 2016-2023 年旅游收入（单位：亿元）的条形图，则下列说法错误的是

2016-2023 年旅游收入



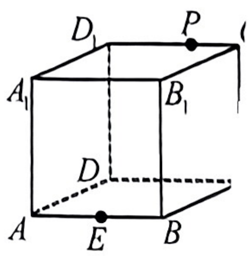
A．该地区 2016-2019 年旅游收入逐年递增

B．该地区 2016-2023 年旅游收入的中位数是 4.80

C．经历了疫情之后，该地区 2023 年旅游收入恢复到接近 2018 年水平

D．该地区 2016-2023 年旅游收入的极差是 3.69

4．如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为 AB 中点，P 为线段 C_1D_1 上一动点，过 D，E，P 的平面截正方体的截面图形不可能是



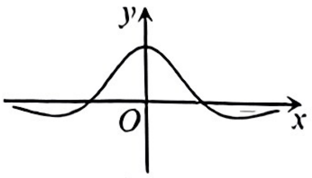
A．三角形

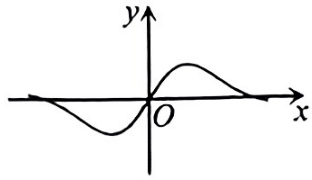
B．矩形

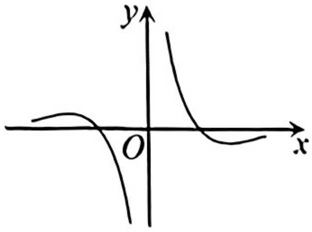
C．梯形

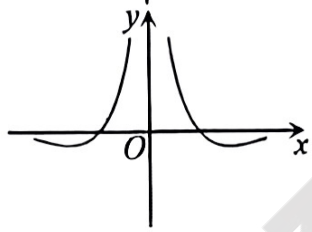
D．菱形

5、函数 $f(x)=\dfrac{3\cos x}{2^x+2^{-x}}$ 的部分图象大致为

A、

B、

C、

D、

6. $\cos 147^\circ\cos 333^\circ+\cos 57^\circ\cos 63^\circ=$

A、1　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\dfrac{1}{2}$

7. 已知实数 a，b 满足 $a+\dfrac{b}{2}=2$，则 4^a+2^b 最小值为

A. 4　　B. 8　　C. $4\sqrt{2}$　　D. $8\sqrt{2}$

8. 双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$ 的左、右顶点分别为 A_1，A_2，P 为 C 上一点，若直线 PA_1 与直线 PA_2 斜率之积为2，则 C 的离心率为

A、$\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. 3

9. 已知圆心为 $M(0,1)$ 的 $\odot M$ 与直线 $y=x-1$ 相切，则直线 $x=-1$ 被 $\odot M$ 截得的弦长为

A. $2\sqrt{2}$　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

10. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,1)$，$\boldsymbol{b}=(3,6)$，若 $\boldsymbol{c}=t\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，且 $3\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$，则实数 $t=$

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

11. 如图，灯笼的主体可看作将一个椭圆绕短轴旋转得到的，这样的旋转体称为椭圆体．已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 绕短轴旋转得到的椭圆体的体积和表面积可以用公式 $V=\dfrac{4}{3}\pi a^2b$ 和 $S=\dfrac{4}{3}\pi(a^2+2ab)$ 计算．若灯笼主体的体积为 $\dfrac{32}{3}\pi$，$a\leqslant 4$，则该灯笼主体表面积取值范围为

A. $(8\pi,\ \dfrac{80\pi}{3}]$　　B. $(16\pi,\ \dfrac{64\pi}{3}]$　　C. $(16\pi,\ \dfrac{80\pi}{3}]$　　D. $(8\pi,\ \dfrac{64\pi}{3}]$

12. 当 $x\geqslant 0$ 时，不等式 $e^x-ax\geqslant(x-1)^2$ 恒成立，则 a 取值范围是

A. $(-\infty,\ 1]$　　B. $(-\infty,\ \dfrac{1}{e}]$　　C. $(-\infty,\ e]$　　D. $(-\infty,\ 3]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．若“$x>a$”是“$\log_2 x>1$”的充分不必要条件，则 a 的取值范围是__________．

14．已知 $f(x)=\begin{cases}-x^2+1, & -1\leqslant x<1,\\ -|x-2|+1, & 1\leqslant x\leqslant 3\end{cases}$，则 $f(f(3))=$__________．

15．将函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin^2 x+2\sin x\cos x-\sqrt{3}\cos^2 x$ 的图象向左平移 $a(a>0)$ 个单位得到函数 $g(x)$ 的图象．若 $g(\dfrac{\pi}{3})=-2$，则 a 的最小值为__________．

16．在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，$a^2+b^2+c^2=2\sqrt{3}bc\sin A$，点 D 在平面 ABC 内，满足 $DC=2DB$，$a=6$，则 DA 的最大值为__________

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17．(12 分)

等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=8$，且 $S_9=0$．

(1)求 S_n；

(2)若 $\{b_n\}$ 为等比数列，$b_1=\dfrac{S_4}{5}$，$b_2=-a_6$，求 $\{b_n\}$ 通项公式．

18．(12 分)

随着 AI 技术的不断发展，人工智能科技在越来越多的领域发挥着重要的作用．某校在寒假里给学生推荐了一套智能辅导系统，学生可自愿选择是否使用该系统完成假期的作业．开学时进行了入学测试，随机抽取了100名学生统计得到如下列联表：

	使用智能辅导系统	未使用智能辅导系统	合计
入学测试成绩优秀	20	20	40
入学测试成绩不优秀	40	20	60
合计	60	40	100

(1)判断是否有95%的把握认为入学测试成绩优秀与使用智能辅导系统相关；

(2)若把这 100 名学生按照入学测试成绩是否优秀进行分层随机抽样，从中抽取 5 人，再从这 5 人中随机抽取 2 人，则抽取的 2 人中恰 1 人的入学测试成绩优秀的概率．

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$．

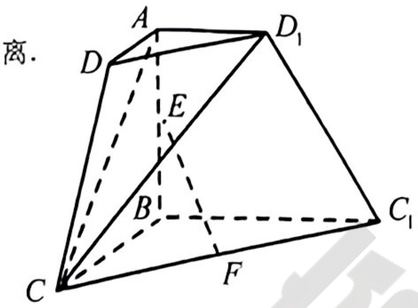
$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635

19.（12 分）

如图，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AB\perp BC$，$AB=3$，$BC=2AD=4$，把梯形 $ABCD$ 绕 AB 旋转至 ABC_1D_1，E，F 分别为 AB，CC_1 中点.

(1)证明：$EF\parallel$ 平面 CD_1A；

(2)若 $\angle DAD_1=\dfrac{\pi}{3}$，求点 B 到平面 CDD_1C_1 的距离.



20.（12 分）

已知抛物线 $\Gamma: y^2=2px(p>0)$，直线 $l: y=k(x-p)$ 与 Γ 交于 A，B 两点，线段 AB 中点 $M(x_m,\ y_m)$，$ky_m=2$.

(1)求抛物线 Γ 的方程；

(2)直线 l 与 x 轴交于点 C，O 为原点，设 $\triangle BOC$，$\triangle COM$，$\triangle MOA$ 的面积分别为 $S_{\triangle BOC}$，$S_{\triangle COM}$，$S_{\triangle MOA}$，若 $S_{\triangle BOC}$，$S_{\triangle COM}$，$S_{\triangle MOA}$ 成等差数列，求 k.

21.（12 分）

已知 $f(x)=m\ln x+\dfrac{2}{x}$，$g(x)=mx-2\ln x+2$.

(1)当 $m=1$ 时，求 $f(x)$ 在点 $(1,\ f(1))$ 处的切线方程；

(2)令 $h(x)=g(x)-f(x)$，当 $x\in(1,\mathrm{e})$ 时，判断 $h(x)$ 零点的个数，并说明理由.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22．[选修 4-4：坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 $C_1:\begin{cases}x=2\cos\alpha,\\ y=2+2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\cos 2\theta=4\sqrt{2}\cos(\theta+\dfrac{\pi}{4})$.

(1)求 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程；

(2)求以曲线 C_1 与曲线 C_2 的公共点为顶点的多边形面积.

23．[选修 4-5：不等式选讲](10 分)

设 $f(x)=|x+3|-|2x-4|$，不等式 $f(x)\geqslant|m-1|+m$ 有解.

(1)求 m 取值范围；

(2)记 m 的最大值为 n，$3a+b+2c=n$，求 $5a^2+b^2+c^2+2ab$ 的最小值.