内江市高中2024届第三次模拟考试

数　学(理科)

1. 本试卷包括第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共4页。全卷满分150分,考试时间120分钟。

2. 答第Ⅰ卷时,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号;答第Ⅱ卷时,用0.5毫米的黑色签字笔在答题卡规定的区域内作答,字体工整,笔迹清楚;不能答在试题卷上。

3. 考试结束后,监考员将答题卡收回。

第Ⅰ卷(选择题,共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分. 在每个小题所给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. 若集合 $P=\{x|-2\leq x<m-m^2, x\in Z\}$ 有6个非空真子集,则实数 m 的取值范围为

A. $(0,1)$　　B. $[0,1)$　　C. $(0,1]$　　D. $[0,1]$

2. 已知 i 是虚数单位, $z=\dfrac{1+3i}{2+i}$,则 $z\cdot\bar{z}=$

A. $1+i$　　B. $1-i$　　C.　　D. $\sqrt{2}$

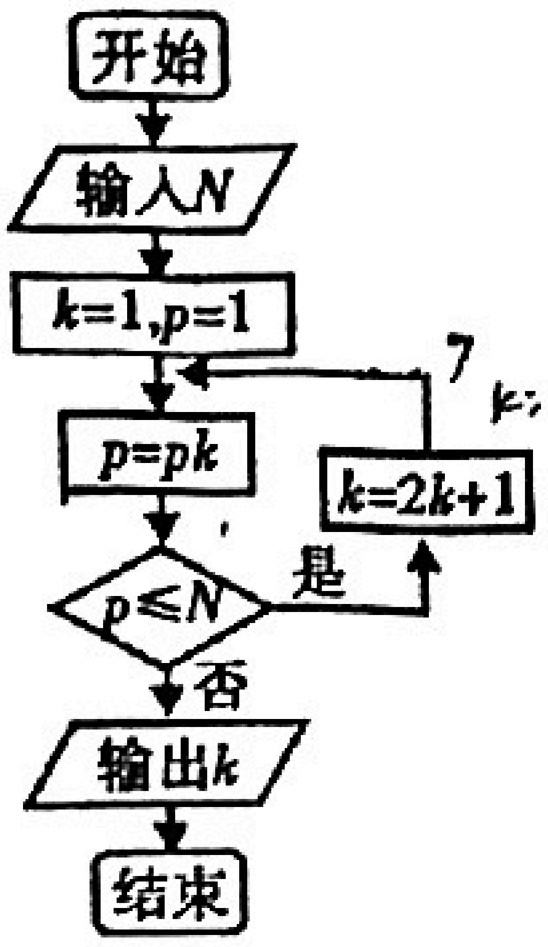
3. 三个不互相重合的平面将空间分成 n 个部分,则 n 的最小值与最大值之和为

A. 11　　B. 12　　C. 13　　D. 14

4. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, S_n 为其前 n 项和,若 $S_{10}=5, S_{20}=15$,则 S_{30} 的值为

A. 25　　B. 30

C. 35　　D. 40



5. 如图所示的程序框图,若输入 $N=45$,则输出 k 的值为

A. 3

B. 7

C. 15

D. 31

6. 已知点 A、B、C 在圆 $x^2+y^2=1$ 上运动,且 $AB\perp BC$,若点 P 的坐标为 $(0,2)$,则 $|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}|$ 的最大值为

A. 3　　B. 5　　C. 7　　D. 9

7. 文明是一座城市最靓丽的底色,也是一座城市最暖的名片. 自内江市开展"让文明出行成为甜城靓丽风景"文明实践日活动以来,全市广大学子以实际行动提升城市文明形象,助力全国文明城市创建工作. 在活动中,甲、乙两名同学利用周末时间到交通路口开展文明劝导志愿服务工作,他们可以从 A、B、C、D 四个路口中随机选择一个路口,设事件 M 为"甲和乙至少有一人选择了 A 路口",事件 N 为"甲和乙选择的路口不相同",则 $P(N|M)=$

A. $\dfrac{5}{6}$　　B. $\dfrac{6}{7}$　　C. $\dfrac{7}{8}$　　D. $\dfrac{5}{9}$

8. 设函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\dfrac{\pi}{3})(\omega>0)$,若存在 $x_1, x_2\in[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{6\omega}]$,且 $x_1\neq x_2$,使得 f ..) $f(x_2)=\sqrt{3}$,则 ω 的取值范围是

A. $(0,12]$　　B. $[10,+\infty)$　　C. $[10,12]$　　D. $(6,10]$

9. 已知函数$f(x)$的定义域为R,对任意实数x都有$f(x+2)=-f(x)$成立,且函数$f(x+1)$为偶函数,$f(1)=2$,则$f(1)+f(2)+\cdots+f(2024)$:

A. -1　　B. 0　　C. 1012　　D. 2024

10. 若函数$f(x)=\frac{\ln x}{x}-\frac{x}{m}$有两个零点,则实数$m$的取值范围为

A. $(0,e)$　　B. $(e,+\infty)$　　C. $(0,2e)$　　D. $(2e,+\infty)$

11. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$,以双曲线$C$的右顶点$A$为圆心,$b$为半径作圆$A$,圆$A$与双曲线$C$的一条渐近线交于$M$、$N$两点,若$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{ON}$,则双曲线的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

12. 对于曲线$C:x^4+y^4=1$,给出下列三个结论:

①曲线C恰好经过4个整点(即横、纵坐标均为整数的点);

②曲线C上任意一点到原点的距离都小于$\sqrt[3]{2}$;

③曲线C所围成的区域的面积大于3且小于4.

其中,所有正确结论的序号是

A. ①②　　B. ①③　　C. ②③　　D. ①②③

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分.)

13. 已知函数$f(x)=e^x+\sin x$,则函数$f(x)$在$x=0$处的切线方程为________.

14. 若函数$f(x)=\begin{cases}x^2+ax,x\geq 0,\\ bx^2-2x,x<0.\end{cases}$是奇函数,则$a+b=$__________.

15. 已知实数x,y满足$\begin{cases}y\geq 4|x|-1,\\ y\leq x+2.\end{cases}$且$z=2ax-y$($a$为常数)取得最大值的最优解有无数多个,则实数$a$的值为______.

16. 平面内n条直线可以将平面分成若干块区域,记分成的区域数的最大值为a_n,则数列$\left\{\frac{1}{a_n-1}\right\}$的前$n$项和为________.

三、解答题(本大题6小题,共70分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤,第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答,第22、23题为选考题,考生根据要求作答.)

17.(本小题满分12分)

2024年2月10日至17日(正月初一至初八),“2024·内江市中区新春极光焰火草地狂欢节”在川南大草原举行,共举行了8场精彩的烟花秀节目.前5场的观众人数(单位:万人)与场次的统计数据如表所示:

场次编号x	1	2	3	4	5
观众人数y	0.7	0.8	1	1.2	1.3

(1)已知可用线性回归模型拟合y与x的关系,请建立y关于x的线性回归方程;

(2)若该烟花秀节目分A、B、C三个等次的票价,某机构随机调查了该烟花秀节目现场200位观众的性别与购票情况,得到的部分数据如表所示,请将2×2列联表补充完整,并判断能否有90%的把握认为该烟花秀节目的观众是否购买A等票与性别有关.

	购买 A 等票	购买非 A 等票	总计
男性观众		50	
女性观众	60		
总计		100	200

参考公式及参考数据：回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$中斜率与截距的最小二乘法估计公式分别为

$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$，$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k)$	0.100	0.050	0.010
k	2.706	3.841	6.635

18.（本小题满分 12 分）

在斜$\triangle ABC$中，角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c，$\sqrt{2}\cos\left(B+\frac{\pi}{2}\right)+\cos(A+C)+\sqrt{2}=0$.

（1）求 $\cos 2B$ 的值；

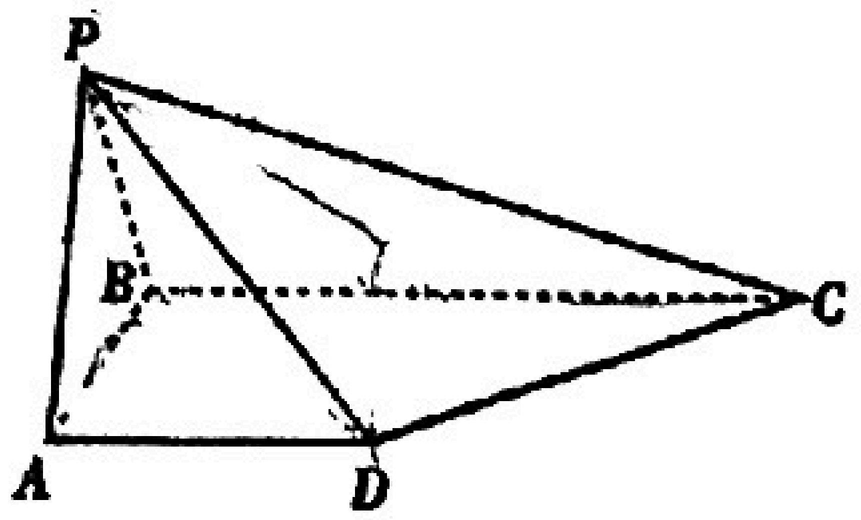
（2）若 $A=C+\frac{\pi}{2}$，$b=\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$的面积.

19.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是直角梯形，且$\angle ABC=\angle BAD=\frac{\pi}{2}$，$BC=2AD=4$，$AB=AP=\sqrt{2}$，平面 $PAB\perp$平面 PBC.

（1）求证：平面 $PAD\perp$平面 PAB；

（2）若 PD 与平面 PBC 所成的角为 $30°$，求平面 PDC 与平面 ABD 所成角的正弦值.

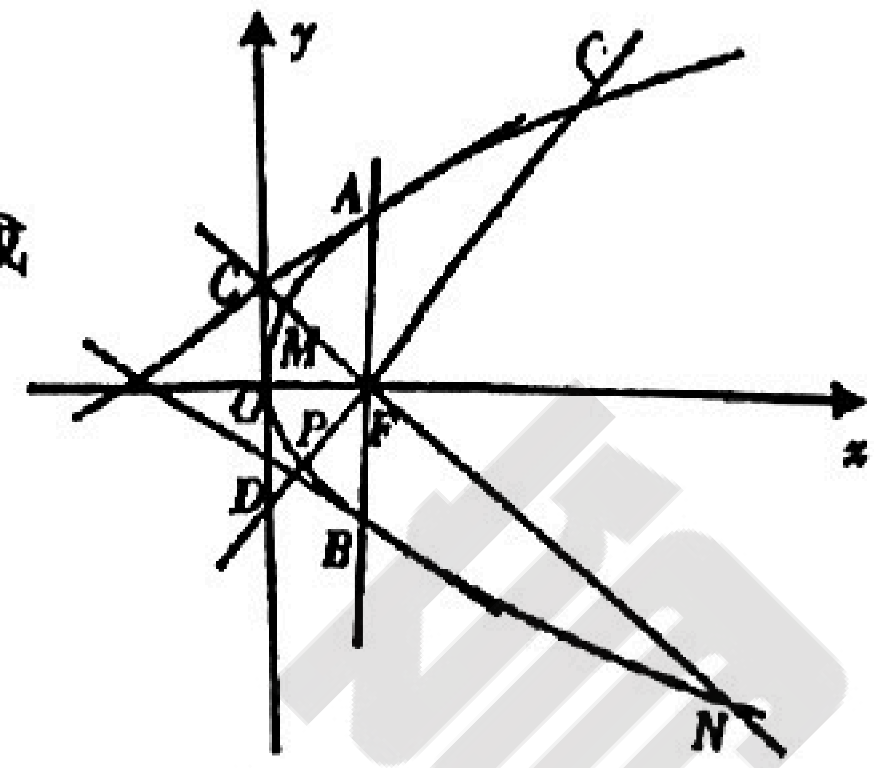


20.（本小题满分 12 分）

已知抛物线 E 的准线方程为：$x=-1$，过焦点 F 的直线与抛物线 E 交于 A、B 两点，分别过 A、B 两点作抛物线 E 的切线，两条切线分别与 y 轴交于 C、D 两点，直线 CF 与抛物线 E 交于 M、N 两点，直线 DF 与抛物线 E 交于 P、Q 两点.

（1）求抛物线 E 的标准方程；

（2）是否存在实数 λ，使得 $|MN|\cdot|PQ|=\lambda(|MN|+|PQ|)$ 恒成立，若存在，求出 λ 的值；若不存在，请说明理由



21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x+\frac{a}{x}-a, a>0$.

（1）若 $f(x)$ 的图像不在 x 轴的下方，求 a 的取值集合；

（2）证明：$\sin\frac{1}{n+1}+\sin\frac{1}{n+2}+\cdots+\sin\frac{1}{2024n}<\ln2024(n\in N^*)$.

请考生在第 22，23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分. 作答时，用 2B 铅笔将所选题号涂黑.

22.（本小题满分 10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\alpha+1,\\ y=\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}.\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta-\sqrt{3}\rho\sin\theta=\frac{1}{2}$.

（1）求曲线 C_1 和 C_2 的普通方程，并指出曲线 C_1 和 C_2 所表示的曲线类型；

（2）若曲线 C_1 和 C_2 交于点 A、B，点 P 在曲线 C_1 上，且 $\triangle PAB$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，求点 P 的直角坐标.

23.（本小题满分 10 分）

已知函数 $f(x)=2|x+2|+|x|$.

（1）求不等式 $f(x)\leqslant3|x+2|$ 的解集；

（2）将函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y=4$ 围成的封闭图形的面积记为 t，若正数 a、b、c 满足 $a+2b+c=t$，求证：$\frac{4}{3\sqrt{b}}\geqslant\sqrt{a}+\sqrt{c}$.