内江市高中2024届第三次模拟考试
数　学(文科)

1. 本试卷包括第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共4页。全卷满分150分,考试时间120分钟。

2. 答第Ⅰ卷时,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号;答第Ⅱ卷时,用0.5毫米的黑色签字笔在答题卡规定的区域内作答,字体工整,笔迹清楚;不能答在试题卷上。

3. 考试结束后,监考员将答题卡收回。

第Ⅰ卷(选择题,共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每个小题所给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. 集合 $P=\{x|\frac{x-2}{x+1}\leqslant 0,x\in Z\}$ 的子集个数是

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

2. 已知 i 是虚数单位,$z=\frac{1+3i}{2+i}$,则 $z\cdot\bar{z}=$

A. $1+i$　　B. $1-i$　　C. 2　　D. $\sqrt{2}$

3. 已知向量 $\vec{a}=(1,-2)$,$\vec{b}=(\cos\alpha,\sin\alpha)$,若 $\vec{a}\perp\vec{b}$,则 $\frac{\sin\alpha-\cos\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}$ 的值为

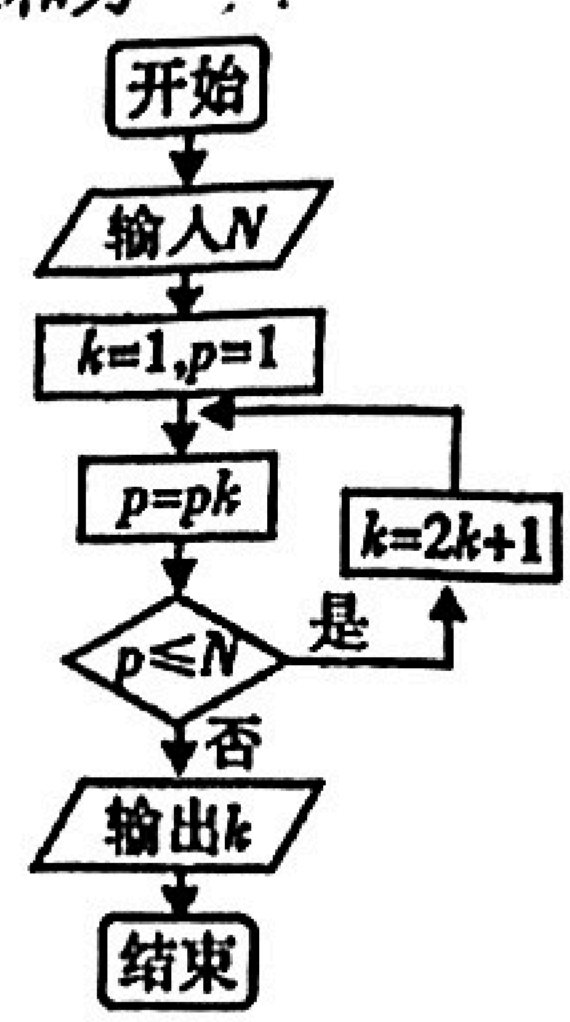
A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $-\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{2}{3}$

4. 三个不互相重合的平面将空间分成 n 个部分,则 n 的最小值与最大值之和为

A. 11　　B. 12

C. 13　　D. 14

5. 如图所示的程序框图,若输入 $N=45$,则输出 k 的值为



A. 3

B. 7

C. 15

D. 31

6. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中,S_n 为其前 n 项和,若 $S_{10}=5$,$S_{20}=15$,则 S_{30} 的值为

A. 25　　B. 30

C. 35　　D. 40

7. 设 F_1、F_2 是椭圆 $C:\frac{x^2}{9}+y^2=1$ 的两个焦点,点 P 在椭圆 C 上,若 $\triangle PF_1F_2$ 为直角三角形,则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　B. 1 或 $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. 1 或 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

8. 口袋中装有质地和大小相同的6个小球,小球上面分别标有数字1,1,2,2,3,3,从中任取两个小球,则两个小球上的数字之和大于4的概率为

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{1}{15}$

9. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为2，点 M、N、P 分别为棱 AB、CC_1、C_1D_1 的中点，则平面 MNP 截正方体所得截面的面积为

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $3\sqrt{3}$　　C. $6\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

10. 若函数 $f(x)=\frac{\ln x}{x}-\frac{x}{m}$ 有两个零点，则实数 m 的取值范围为

A. $(0,e)$　　B. $(e,+\infty)$　　C. $(0,2e)$　　D. $(2e,+\infty)$

11. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，以双曲线 C 的右顶点 A 为圆心，b 为半径作圆 A，圆 A 与双曲线 C 的一条渐近线交于 M、N 两点，若 $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{ON}$，则双曲线的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

12. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R，对 $\forall x,y\in R$ 都有 $2f(x+1)f(y+1)=f(x+y)-f(x-y)$ 成立，若 $f(0)\neq 0$，则 $f(2024)=$

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

第Ⅱ卷(非选择题，共90分)

二、填空题(本大题共4小题，每小题5分，共20分.)

13. 已知函数 $f(x)=e^x+\sin x$，则函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程为______.

14. 已知实数 x,y 满足 $\begin{cases}4x-y-1\leqslant 0,\\4x+y+1\geqslant 0,\\x-y+2\geqslant 0.\end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最大值为______.

15. 若函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+ax,x\geqslant 0,\\bx^2-2x,x<0.\end{cases}$ 是奇函数，则 $a+b=$______.

16. 在△ABC 中，角 A 的平分线 AD 与 BC 边相交于点 D，若 $\cos A=\frac{7}{9}$，则 $\frac{AB+AC}{AD}$ 的最小值为______.

三、解答题(本大题共6小题，共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答，第22、23题为选考题，考生根据要求作答.)

17. (本小题满分12分)

2024年2月10日至17日(正月初一至初八)，“2024·内江市中区新春极光焰火草地狂欢节”在川南大草原举行，共举行了8场精彩的烟花秀节目. 前5场的观众人数(单位：万人)与场次的统计数据如表所示：

场次编号 x	1	2	3	4	5
观众人数 y	0.7	0.8	1	1.2	1.3

(1)已知可用线性回归模型拟合 y 与 x 的关系，请建立 y 关于 x 的线性回归方程；

(2)若该烟花秀节目分 A、B、C 三个等次的票价，某机构随机调查了该烟花秀节目现场200位观众的性别与购票情况，得到的部分数据如表所示，请将 2×2 列联表补充完整，并判断能否有90%的把握认为该烟花秀节目的观众是否购买 A 等票与性别有关.

	购买 A 等票	购买非 A 等票	总计
男性观众		50	
女性观众	60		
总计		100	200

参考公式及参考数据：回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中斜率与截距的最小二乘法估计公式分别为

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i},\ \hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x},\ K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$，其中 $n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k)$	0.100	0.050	0.010
k	2.706	3.841	6.635

18.（本小题满分 12 分）

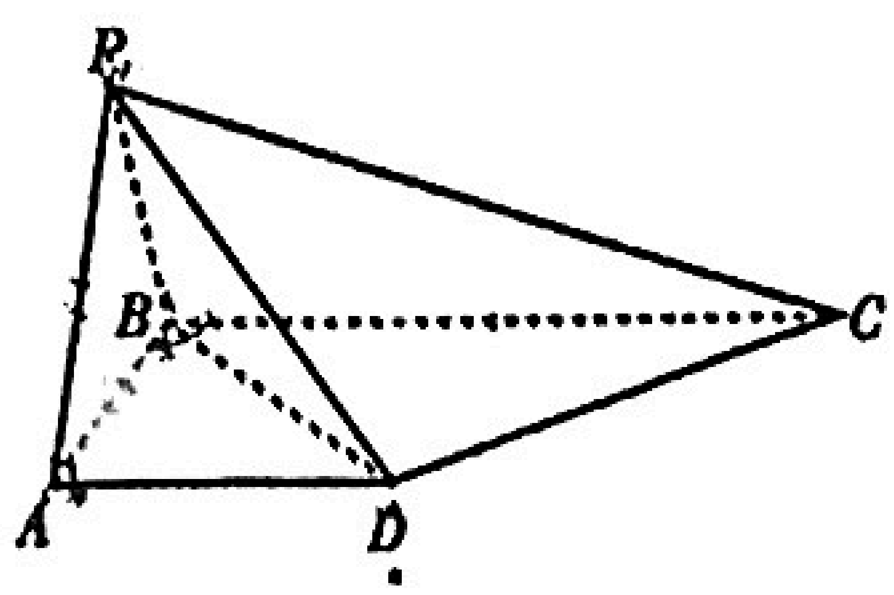
已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 4，且 a_2+2, a_3, a_5-2 成等比数列，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$b_1=2$ 且 $S_n=2S_{n-1}+2(n\geqslant2)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$、$\{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $c_n=a_nb_n(n\in N^*)$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

19.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是直角梯形，且 $\angle ABC=\angle BAD=\frac{\pi}{2}$，$BC=2AD=4$，$AB=AP=\sqrt{2}$，平面 $PAB\perp$ 平面 PBC.



(1) 求证：平面 $PAD\perp$ 平面 PAB；

(2) 若 PD 与平面 PBC 所成的角为 30°，求三棱锥 $P-BCD$ 的体积.

20.(本小题满分 12 分)

已知函数$f(x)=\ln x+a(\frac{1}{x}-1)$，$a>0$.

(1)若$f(x)\geqslant 0$恒成立，求a的取值集合；

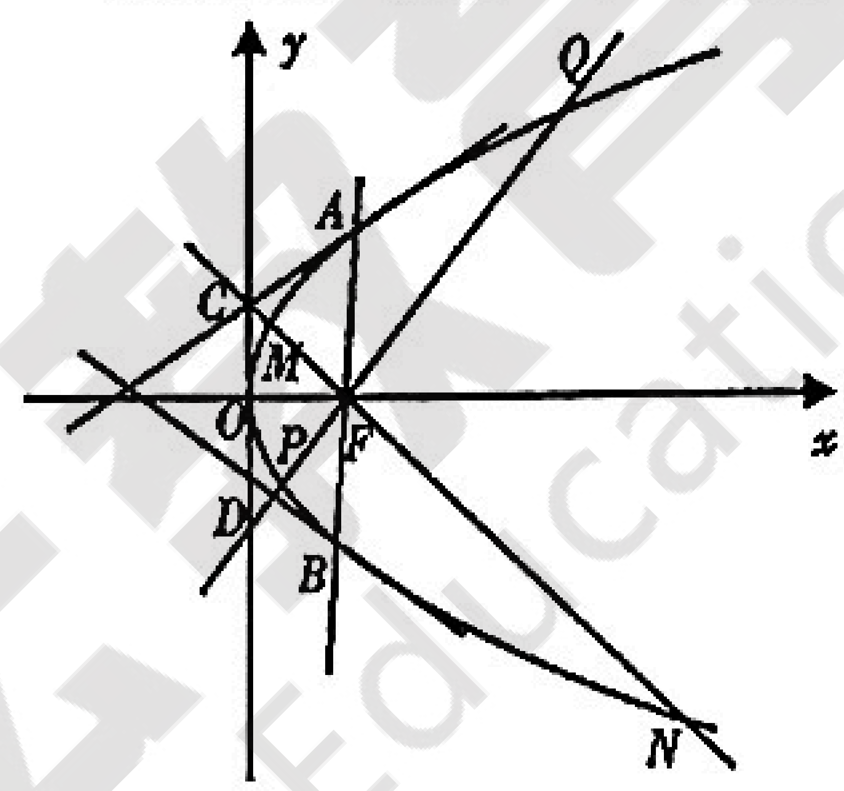
(2)证明：$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{3n}<\ln 3(n\in N^*)$.

21.(本小题满分 12 分)

已知抛物线E的准线方程为：$x=-1$，过焦点F的直线与抛物线E交于A、B两点，分别过A、B两点作抛物线E的切线，两条切线分别与y轴交于C、D两点，直线CF与抛物线E交于M、N两点，直线DF与抛物线E交于P、Q两点.

(1)求抛物线E的标准方程；

(2)证明：$\frac{1}{|MN|}+\frac{1}{|PQ|}$为定值.



请考生在第 22，23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分. 作答时，用 2B 铅笔将所选题号涂黑.

22.(本小题满分 10 分)

在直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\alpha+1,\\ y=\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}.\end{cases}$($\alpha$为参数)，以坐标原点为极点，$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C_2$的极坐标方程为$\rho\cos\theta-\sqrt{3}\rho\sin\theta=\frac{1}{2}$.

(1)求曲线C_1和C_2的普通方程，并指出曲线C_1和C_2所表示的曲线类型；

(2)若曲线C_1和C_2交于点A、B，点P在曲线C_1上，且$\triangle PAB$的面积为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，求点P的直角坐标.

23.(本小题满分 10 分)

已知函数$f(x)=2|x+2|+|x|$.

(1)求不等式$f(x)\leqslant 3|x+2|$的解集；

(2)将函数$f(x)$的图象与直线$y=4$围成的封闭图形的面积记为t，若正数a、b、c满足$a+2b+c=t$，求证：$\frac{4}{3\sqrt{b}}\geqslant\sqrt{a}+\sqrt{c}$.