$1-5\ DDCBD$　　$6-10\ ACAAC$　　11．A　　12．B

13．3　　14．$\{a|a\leqslant 0\}$　　15．$\frac{3}{2}\sqrt{2}$　　16．$\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$

17．(1)没有95%的把握认为对这十大科技的了解存在性别差异　　(2)$\frac{7}{10}$

【详解】(1)根据列联表中的数据，得$\chi^2=\frac{100\times(20\times20-20\times40)^2}{40\times60\times40\times60}=\frac{25}{9}\approx2.778<3.841$，所以没有95%的把握认为对这十大科技的了解存在性别差异

(2)这100名学生中男生60人，女生40人，按照性别进行分层随机抽样，从中抽取5人，则抽取的男生有3人，女生有2人，

设男生为A_1，A_2，A_3；女生为B_1，B_2.

则从这5人中选出2人的组合有(A_1,A_2)，(A_1,A_3)，(A_1,B_1)，(A_1,B_2)，(A_2,A_3)，(A_2,B_1)，(A_2,B_2)，(A_3,B_1)，(A_3,B_2)，(B_1,B_2)共10种，

其中至少有1人为女生的组合有(A_1,B_1)，(A_1,B_2)，(A_2,B_1)，(A_2,B_2)，(A_3,B_1)，(A_3,B_2)，(B_1,B_2)共7种，

故所求概率为$P=\frac{7}{10}$.

18．(1)证明见解析　　(2)2023

【详解】(1)$\because a_{n+1}=\frac{3a_n}{2a_n+1}$，$\therefore \frac{1}{a_{n+1}}=\frac{2a_n+1}{3a_n}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{a_n}+\frac{2}{3}$，

可得$\frac{1}{a_{n+1}}-1=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{a_n}+\frac{2}{3}-1=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{a_n}-1\right)$，

又由$a_1=\frac{3}{5}$，所以$\frac{1}{a_1}-1=\frac{2}{3}$，则数列$\left\{\frac{1}{a_n}-1\right\}$表示首项为$\frac{2}{3}$，公比为$\frac{1}{3}$的等比数列.

(2)由(1)可得$\frac{1}{a_n}-1=\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}=2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^n$，所以$\frac{1}{a_n}=2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^n+1$.

设数列$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$的前$n$项和为$S_n$，

则$S_n=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}=2\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\cdots+\frac{1}{3^n}\right)+n$

$$=2\times\frac{\frac{1}{3}\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{3}}+n=n+1-\frac{1}{3^n},$$

若$S_n<2024$，即$n+1-\frac{1}{3^n}<2024$，因为函数$y=x+1-\frac{1}{3^x}$为单调递增函数，

所以满足$S_n<2024$的最大整数n的值为2023.

19．(1)证明见解析　　(2)$\frac{1}{32}a^3$.

【详解】(1)在三棱锥$B-AEF$中，

因为 $AB\perp BE$，$AB\perp BF$，$BE\cap BF=B$，$BE,BF\subset$ 面 BEF,
所以 $AB\perp$ 面 BEF. 又 $EF\subset$ 平面 BEF，所以 $AB\perp EF$；
(2) 因为在 $\triangle ABF$ 中，M、N 分别为 AB、BF 的中点，
所以四边形 $AMNF$ 的面积是 $\triangle ABF$ 面积的 $\frac{3}{4}$.
又三棱锥 $E-ABF$ 与四棱锥 $E-AMNF$ 的高相等，
所以，四棱锥 $E-AMNF$ 的体积是三棱锥 $E-ABF$ 的体积的 $\frac{3}{4}$，
因为 $V_{E-ABF}=V_{A-BEF}$，所以 $V_{E-AMNF}=\frac{3}{4}V_{A-BEF}$.
因为 $V_{A-BEF}=\frac{1}{3}S_{\triangle BEF}\times AB=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times BE\times BF\times AB=\frac{1}{24}a^3$.
所以 $V_{E-AMNF}=\frac{3}{4}\times\frac{1}{24}a^3=\frac{1}{32}a^3$，故四棱锥 $E-AMNF$ 的体积为 $\frac{1}{32}a^3$.

20．(1)$f(1)=2\mathrm{e}$　　(2)2

【详解】(1) 当 $a=\mathrm{e}$ 时，$f(x)=\mathrm{e}^x-e\ln x+\mathrm{e}$，
所以 $f'(x)=\mathrm{e}^x-\frac{\mathrm{e}}{x}$，$x\in(0,+\infty)$，
易知 $f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，且 $f'(1)=0$，
所以当 $x\in(0,1)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，
当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，
所以 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极小值 $f(1)=2\mathrm{e}$.
(2) 因为 $a>0$，所以 $f(x)\geqslant ka$ 恒成立等价于 $\frac{\mathrm{e}^x}{a}-\ln\frac{x}{a}\geqslant k$ 恒成立.
设 $g(x)=\frac{\mathrm{e}^x}{a}-\ln\frac{x}{a}$，则 $g'(x)=\frac{\mathrm{e}^x}{a}-\frac{1}{x}$，易知 $g'(x)=\frac{\mathrm{e}^x}{a}-\frac{1}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，且当 $x\to0$ 时，$g'(x)\to-\infty$，当 $x\to+\infty$ 时，$g'(x)\to+\infty$，
所以 $g'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内存在唯一零点 x_0，即 $g'(x_0)=\frac{\mathrm{e}^{x_0}}{a}-\frac{1}{x_0}=0$，$\frac{\mathrm{e}^{x_0}}{a}=\frac{1}{x_0}$(*)，
当 $x\in(0,x_0)$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递减，
当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递增，
所以 $g(x)_{\min}=g(x_0)$.
结合 (*) 式，可知：

$$g(x_0)=\frac{\mathrm{e}^{x_0}}{a}-\ln\frac{x_0}{a}=\frac{\mathrm{e}^{x_0}}{a}+\ln\frac{1}{x_0}+\ln a=\frac{1}{x_0}+\ln\frac{\mathrm{e}^{x_0}}{a}+\ln a=\frac{1}{x_0}+x_0\geqslant2,$$

当且仅当 $x_0=1$，$a=\mathrm{e}$ 时取等号，
即当 $a=\mathrm{e}$ 时，$g(x)$ 的最小值为 2，
要使 $g(x)\geqslant k$ 恒成立，须 $k\leqslant2$，即 k 的最大值为 2.

21．(1) 椭圆 C_1 所在的标准方程为 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$，双曲线 C_2 所在的标准方程为 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$

(2)$\frac{|CD|\cdot|HF_2|}{|BE|\cdot|GF_2|}$ 是定值，为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$，理由见解析

【详解】(1) 设椭圆所在的标准方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，

双曲线所在的标准方程为 $\frac{x^2}{m^2}-\frac{y^2}{n^2}=1(m>0,n>0)$，

因为 $A(2\sqrt{2},\sqrt{6}),F_1(-2,0),F_2(2,0)$，所以可得 $\begin{cases}a^2-b^2=4\\ \frac{8}{a^2}+\frac{6}{b^2}=1\end{cases}$，$\begin{cases}m^2+n^2=4\\ \frac{8}{m^2}-\frac{6}{n^2}=1\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}a^2=16\\ b^2=12\end{cases}$，$\begin{cases}m^2=2\\ n^2=2\end{cases}$，所以椭圆 C_1 所在的标准方程为 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$，双曲线 C_2 所在的标准方程为 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$；

(2) $\frac{|CD|\cdot|HF_2|}{|BE|\cdot|GF_2|}$ 是定值，为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$，理由如下，

由 (1) 椭圆所在的标准方程为 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$，

双曲线所在的标准方程为 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$，

因为直线 BE 与“月蚀圆”依次交于 B，C，D，E 四点，所以直线 BE 的斜率不为 0，

设直线 BE 的方程为 $x=my+2$，$B(x_1,y_1),E(x_2,y_2),C(x_3,y_3),D(x_4,y_4)$，

双曲线 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$ 的渐近线方程为 $y=\pm x$，所以 $m\neq\pm1$，

可得 $G\left(\frac{x_3+x_4}{2},\frac{y_3+y_4}{2}\right)$，$H\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$，

直线 BE 的方程与椭圆方程联立 $\begin{cases}x=my+2\\ \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1\end{cases}$，整理得

$(3m^2+4)y^2+12my-36=0$，

所以 $y_1+y_2=\frac{-12m}{3m^2+4},y_1y_2=\frac{-36}{3m^2+4}$，

所以 $|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\sqrt{\frac{144m^2}{(3m^2+4)^2}+\frac{144}{3m^2+4}}=24\sqrt{\frac{m^2+1}{(3m^2+4)^2}}$，

直线 BE 的方程与双曲线方程联立 $\begin{cases}x=my+2\\ \frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1\end{cases}$，整理得

$(m^2-1)y^2+4my+2=0$，

所以 $y_3+y_4=\frac{-4m}{m^2-1},y_3y_4=\frac{2}{m^2-1}$，

所以 $|y_3-y_4|=\sqrt{(y_3+y_4)^2-4y_3y_4}=\sqrt{\frac{16m^2}{(m^2-1)^2}-\frac{8}{m^2-1}}=2\sqrt{2}\sqrt{\frac{m^2+1}{(m^2-1)^2}}$，

所以 $\frac{|CD|\cdot|HF_2|}{|BE|\cdot|GF_2|}=\frac{|CD|}{|BE|}\cdot\frac{|HF_2|}{|GF_2|}=\frac{|y_3-y_4|}{|y_1-y_2|}\cdot\frac{\left|\frac{y_1+y_2}{2}\right|}{\left|\frac{y_3+y_4}{2}\right|}$

$$=\frac{2\sqrt{2}\sqrt{\frac{m^2+1}{(m^2-1)^2}}}{24\sqrt{\frac{m^2+1}{(3m^2+4)^2}}}\times\frac{\left|\frac{12m}{3m^2+4}\right|}{\left|\frac{4m}{m^2-1}\right|}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$，所以 $\frac{|CD|\cdot|HF_2|}{|BE|\cdot|GF_2|}$ 是定值 $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

22．(1)$\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{2}=1$，$x-y+4=0$　　　(2)$\sqrt{10}+2\sqrt{2}$

【详解】(1) 由 $\begin{cases}x=3\cos\alpha+3\sin\alpha\\ y=\cos\alpha-\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$ 为参数) 得 $\left(\frac{x}{3}\right)^2+y^2=2$，

即曲线 C 的普通方程为 $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{2}=1$.

由 $\rho\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}$ 得 $\rho\sin\theta-\rho\cos\theta=4$，则直线 l 的直角坐标方程为 $y-x=4$，即 $x-y+4=0$.

(2) 设曲线 C 任一点 $P(3\sqrt{2}\cos\theta,\sqrt{2}\sin\theta)$，

则点 P 到直线 l 的距离 $d=\frac{|3\sqrt{2}\cos\theta-\sqrt{2}\sin\theta+4|}{\sqrt{2}}=|3\cos\theta-\sin\theta+2\sqrt{2}|$

$=|\sin\theta-3\cos\theta-2\sqrt{2}|=|\sqrt{10}\sin(\theta-\varphi)-2\sqrt{2}|(\tan\varphi=3)$，

$\therefore$ 当 $\sin(\theta-\varphi)=-1$ 时，$d_{\max}=\sqrt{10}+2\sqrt{2}$，

$\therefore\triangle PAB$ 面积的最大值为 $\frac{1}{2}\times2\times(\sqrt{10}+2\sqrt{2})=\sqrt{10}+2\sqrt{2}$.

23．(1)$\left\{x\middle|-2\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}\right\}$；　　(2) 证明见解析.

【详解】(1) 当 $x<-1$ 时，$f(x)=-3x+1\leqslant5-x$，解得 $-2\leqslant x<-1$；

当 $-1\leqslant x\leqslant1$，$f(x)=-x+3\leqslant5-x$，得 $-1\leqslant x\leqslant1$；

当 $x>1$ 时，$f(x)=3x-1\leqslant5-x$，可得 $1<x\leqslant\frac{3}{2}$.

综上所述，$f(x)\leqslant5-x$ 的解集为 $\left\{x\middle|-2\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}\right\}$.

(2) 由 (1) 知，当 $x<-1$ 时，$f(x)=-3x+1>4$；

当 $-1\leqslant x\leqslant1$ 时，$f(x)=-x+3\geqslant2$；当 $x>1$ 时，$f(x)=3x-1>2$，

则 $f(x)$ 的最小值为 2，即 $M=2$.

故 $a+b=2$，$0<a<2$，$0<b<2$，

$\frac{b^2}{a}+\frac{a^2}{b}=\frac{(2-a)^2}{a}+\frac{(2-b)^2}{b}=\frac{4-4a+a^2}{a}+\frac{4-4b+b^2}{b}=\frac{4}{a}+\frac{4}{b}+(a+b)-8$

$=\frac{4}{a}+\frac{4}{b}-6=2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)(a+b)-6=2\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}+2\right)-6\geqslant2\left(2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{a}{b}}+2\right)-6=2$，

当且仅当 $a=b=1$ 等号成立，所以 $\frac{b^2}{a}+\frac{a^2}{b}\geqslant2$.