成都七中 2023—2024 学年度下期高 2024 届入学考试

文科数学试卷

考试时间：120 分钟　满分：150 分

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知集合 $A=\left\{x\in \mathrm{Z}\left|x^2-2x-15<0\right.\right\}$，$B=\left\{x\in \mathrm{R}\left|x-1\le 0\right.\right\}$，则 $A\cap(\complement_{\mathrm{R}}B)$ 的真子集的个数为（　　）

A　9　　　B. 8　　　C. 7　　　D. 6

2. 若函数 $f\left(x\right)=x^2+ax+1$ 是定义在 $(-b,2b-2)$ 上的偶函数，则 $f\left(\dfrac{b}{2}\right)=$（　　）

A. $\dfrac{1}{4}$　　　B. $\dfrac{5}{4}$　　　C. $\dfrac{7}{4}$　　　D. 2

3. 已知复数 z 满足 $z-\mathrm{i}=\dfrac{1}{1+\mathrm{i}}$，则 $z+\overline{z}=$（　　）

A. $-\mathrm{i}$　　　B. i　　　C. 1　　　D. -1

4. 设 m、n 是不同的直线，α、β 是不同的平面，以下是真命题的为（　　）

A. 若 $\alpha\perp\beta$，$m//\alpha$，则 $m\perp\beta$　　　B. 若 $n\perp\alpha$，$n\perp\beta$，则 $\beta//\alpha$

C. 若 $\alpha\perp\beta$，$m\perp\alpha$，则 $m//\beta$　　　D. 若 $m\perp\alpha$，$m\perp n$，则 $n//\alpha$

5. 已知正项等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $4S_3=\left(a_3+1\right)^2$，$4S_4=\left(a_4+1\right)^2$．则（　　）

A. $a_{10}=20$　　　B. $S_5=50$

C. $a_5+S_7=58$　　　D. $\dfrac{a_n}{S_n}\ge 2$

6. 已知 $\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right)$，$\sin^4\theta+\cos^4\theta=\dfrac{17}{25}$，则 $\tan\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=$（　　）

A　$\dfrac{1}{3}$　　　B. $\dfrac{1}{2}$　　　C. 2　　　D. 3

7. 口袋中共有 3 个白球 4 个黑球，从中随机取出两个球，则两个球颜色恰好相同的概率为（　　）

A. $\dfrac{3}{5}$　　　B. $\dfrac{2}{5}$　　　C. $\dfrac{3}{7}$　　　D. $\dfrac{2}{7}$

8. 对于数列$\{a_n\}$，若满足：$nR_n=a_1+\frac{1}{3}a_2+\frac{1}{3^2}a_3+\cdots+\frac{1}{3^{n-1}}a_n$，则称$R_n$为数列$\{a_n\}$的“优值”，现已知数列$\{a_n\}$的“优值”$R_n=\frac{1}{3^n}$，记数列$\left\{a_n+\frac{8}{3}\right\}$的前$n$项和为$S_n$，则$S_n$的最大值为（　　）

A. $\frac{22}{3}$　　B. $\frac{23}{3}$　　C. $\frac{24}{3}$　　D. $\frac{25}{3}$

9. 设函数$f(x)=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{6}),(\omega>0)$, 若存在$x_1,x_2\in[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3\omega}]$, 且$x_1\neq x_2$, 使得$f(x_1)=f(x_2)=1$, 则$\omega$的取值范围是（　　）

A. $[4,+\infty)$　　B. $(4,6]$

C. $[6,+\infty)$　　D. $(6,10]$

10. 在四面体$ABCD$中，$AB=\sqrt{3}$，$AD=BC=1$，$CD=\sqrt{6}$，且$\angle BAD=\angle ABC=\frac{\pi}{2}$，则该四面体的外接球表面积为（　　）

A. $\frac{7}{2}\pi$　　B. 7π　　C. 8π　　D. 10π

11. 在平面直角坐标系xOy中，已知圆$C:(x+1)^2+(y-2)^2=2$，若圆$D:(x-a)^2+(y-1)^2=2$上存在点P，由点P向圆C引一条切线，切点为M，且满足$|PM|=\sqrt{2}|PO|$，则实数a的取值范围为（　　）

A. $[-\sqrt{7}-1,\sqrt{7}-1]$　　B. $[-4,2]$　　C. $[-3,3]$　　D. $[-2,4]$

12. 已知函数$f(x)=2^{-x}-2^x$，若不等式$f(ax+1)+f(\ln x)>0$在$(0,+\infty)$上恒成立，则实数a的取值范围是（　　）

A. $\left(-\frac{2}{e},+\infty\right)$　　B. $(-1,+\infty)$　　C. $\left(-\infty,-\frac{2}{e}\right)$　　D. $(-\infty,-1)$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 若双曲线$x^2-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的一条渐近线与直线$x+2y-4=0$平行，则双曲线的右焦点到一条渐近线的距离为__________.

14. 若x，y满足约束条件$\begin{cases}x+y\geq 0\\x-2y\geq 0\\x-y\leq 2\end{cases}$，则$z=x+3y$的最大值与最小值的和为__________.

15. 在平面直角坐标系xOy内，O为坐标原点，对于任意两点$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，定义它们之间的“曼哈顿距离”为$\|AB\|=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$，以对于平面上任意一点$P$，若$\|OP\|=2$，则动点$P$的轨迹长度为

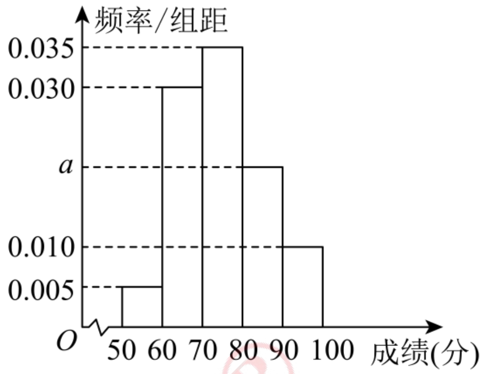
______.

16. 设数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_2=2$，$a_{n+2}=\begin{cases}a_n+1, n\text{为奇数}\\ 2a_n, n\text{为偶数}\end{cases}\left(n\in \mathrm{N}^*\right)$，令$b_n=\left(\log_2 a_{2n}\right)^2\cdot\sin\left(a_{2n-1}\cdot\dfrac{\pi}{2}\right)$，则数列$\{b_n\}$的前 100 项和为__________.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17. 某中学高一年级举行了一次数学竞赛，从中随机抽取了一批学生的成绩，经统计，这批学生的成绩全部介于 50 至 100 之间，将数据按照$[50,60)$，$[60,70)$，$[70,80)$，$[80,90)$，$[90,100]$的分组作出频率分布直方图如图所示.



（1）求频率分布直方图中 a 的值，并估计本次竞赛成绩的中位数和平均数；

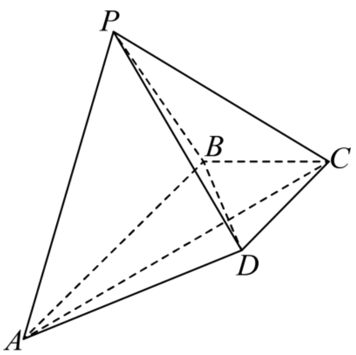
（2）若按照分层随机抽样从成绩在$[80,90),[90,100]$的两组中抽取 6 人，再从这 6 人中随机抽取 2 人，求至少有 1 人的成绩在$[90,100]$内的概率.

18. 在锐角△ABC中，角A,B,C所对应的边分别为a,b,c，已知$\dfrac{\sin A-\sin B}{\sqrt{3}a-c}=\dfrac{\sin C}{a+b}$.

（1）求B的值；

（2）若$b=2$，求△ABC面积的取值范围.

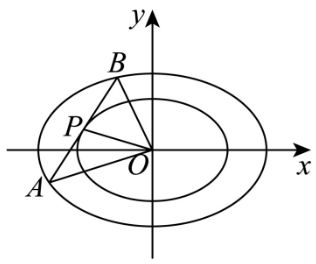
19. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PA=PB=AB=2BC=2CD$，$AB\ /\!/\ CD$，$AB\perp BC$，平面$PAB\perp$平面$ABCD$.



（1）求证：$BD \perp PC$；

（2）设 $AB=2$，求三棱锥 $A-PCD$ 的体积.

20. 设点 P 是椭圆 $C_1:\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 上任意一点，过点 P 作椭圆的切线，与椭圆 $C_2:\frac{x^2}{4t^2}+\frac{y^2}{t^2}=1(t>1)$ 交于 A, B 两点.



（1）求证：$|PA|=|PB|$；

（2）□OAB 的面积是否为定值？若是，求出这个定值；若不是，请说明理由.

21. 已知函数 $f(x)=x^2-(2a+1)x+a\ln x+a$（$a$　实数）.

（1）当 $a=-1$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（2）若函数 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 内存在两个极值点，求实数 a 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中选一题作答．如果多选，则按所做的第一题记分．

【选修 4-4：坐标系与参数方程】

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1　参数方程为 $\begin{cases}x=1+\cos\theta \\ y=-1+\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho(\sin\theta+\cos\theta)=3$.

（1）写出曲线 C_1 的极坐标方程，曲线 C_2 的直角坐标方程；

（2）曲线 C_1 与曲线 C_2，如有公共点，求出公共点坐标；如无公共点，设 A,B 分别为曲线 C_1 与曲线 C_2 上

动点，求线段$|AB|$的最小值.

【选修 4-5：不等式选讲】

23. 已知函数 $f(x)=|x^2-2x-3|$.

（1）求不等式 $f(x)\geq 5$ 的解集；

（2）设函数 $g(x)=f(x)+|x+1|+2$ 的最小值为 m，若 $a>0,b>0$ 且 $2a+b=m$，求证：$4a^2+b^2\geq 2$