树德中学高 2021 级高三上学期期末测试数学（理科）试题

（考试时间：120 分钟　试卷满分：150 分）

一、选择题 本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知集合 $A=\{x\mid x^2-x-2<0\}, B=\{x\mid y=\log_2(x-1)\}$，则 $A\cup B=$（　　）

A．$(-1,1)$　　B．$(-1,3)$　　C．$(-1,+\infty)$　　D．$(1,+\infty)$

2．在复平面内，复数 z_1，z_2 对应的点分别是 $(2,-1),(1,-3)$，则 $\frac{\overline{z_2}}{z_1}$ 的模是（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$\sqrt{5}$　　D．5

3．已知圆锥的母线长为 $2\sqrt{2}$，其侧面展开图为一个半圆，则该圆锥的底面半径为（　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

4．下列叙述错误的是（　　）

A.命题“$\exists x\in\mathrm{R}$，$x^2-1\le -1$”的否定是“$\forall x\in\mathrm{R}$，$x^2-1>-1$”

B.若幂函数 $y=\left(m^2-2m-2\right)x^{2-4m}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，则实数 m 的值为 -1

C.$\forall x\in(0,+\infty)$，$2^x>\log_2 x$

D.设 $a\in\mathbf{R}$，则“$a^2>3$”是“$a>\sqrt{3}$”的充分不必要条件

5．平面直角坐标系内，与点 $A(1,1)$ 的距离为 1 且与圆 $(x-1)^2+(y-4)^2=4$ 相切的直线有（　　）

A．0 条　　B．4 条　　C．2 条　　D．3 条

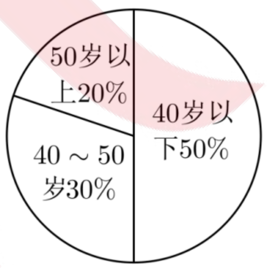
6．小明参加某射击比赛，射中得 1 分，未射中扣 1 分，已知他每次射中的概率为 $\frac{2}{3}$，记小明射击 2 次的得分为 X，则 $D(X)=$（　　）

A．$\frac{8}{9}$　　B．$\frac{16}{9}$　　C．$\frac{20}{9}$　　D．$\frac{26}{9}$

7．双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的一条渐近线过点 $P\left(2,4\sqrt{6}\right)$，$F_1$，$F_2$ 是 C 的左右焦点，且焦点到渐近线的距离为 $2\sqrt{6}$，若双曲线上一点 P 满足 $|PF_1|=5$，则 $|PF_2|=$（　　）

A．3 或 7　　B．7　　C．5　　D．3

8．某中学 200 名教师年龄分布图如图所示，从中随机抽取 40 名教师作样本，采用系统抽样方法，按年龄从小到大编号为 1~200，分为 40 组，分别为 1~5，6~10，…，196~200.若从第 4 组抽取的号码为 18，则样本中 40~50 岁教师的编号之和为（　　）

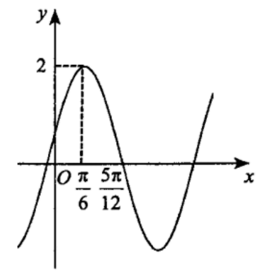


A．906　　B．966　　C．1506　　D．1566

9．若 $(\frac{2}{x}-x^2)^6$ 展开式中最大的二项式系数为 a，则直线 $y=\frac{3}{20}ax$ 与曲线 $y=x^2$ 围成图形的面积为（　　）

A．$\frac{9}{2}$　　B．$\frac{7}{2}$　　C．$\frac{5}{2}$　　D．$\frac{3}{2}$

10．已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(x\in\mathbf{R}, A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则下列说法正确的是（　　）



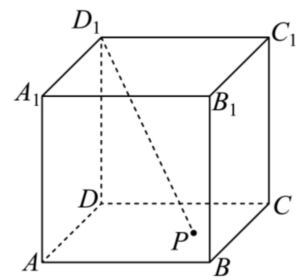
A．$f(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最小值为 $-\sqrt{3}$

B．$f\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ 为偶函数

C．$f(x)$ 图象的对称中心是 $\left(-\frac{\pi}{12}+k\pi,0\right)$，$k\in Z$

D．$f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到 $y=A\sin 2x$ 的图象

11．如图，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，P 为底面正方形 $ABCD$ 内（含边界）的一动点，则下列结论中:



①若点 Q 为 CC_1 的中点，则 $|PA_1|+|PQ|$ 的最小值为 $\sqrt{17}$；②过点 P 作与 AD_1 和 BA_1 都成 $\frac{\pi}{6}$ 的直线，可以作四条；③若点 P 为 BC 的中点时，过点 C 作与直线 D_1P 垂直的平面 α，则平面 α 截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的截面周长为 $2\sqrt{2}+\sqrt{5}$；④若点 P 到直线 BB_1 与到直线 AD 的距离相等，CD 的中点为 E，则点 P 到直线 AE 的最短距离是 $\frac{3\sqrt{5}}{10}$.其中正确的命题有（　　）

A．4 个　　B．3 个　　C．2 个　　D．1 个

12．已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2, x\le 1\\ |\ln(x-1)|, x>1\end{cases}$，若方程 $f(x)=m|x-1|$ 有 5 个不同的实数根，且最小的两个实数根为 x_1,x_2，则 $x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}$ 的取值范围是（　　）

A．$(0,\frac{2e-1}{e^2})$　　B．$(0,\frac{2e+1}{e^2})$　　C．$(\frac{1}{e},\frac{2e+1}{e^2})$　　D．$(\frac{2e-1}{e^2},\frac{2}{e})$

二、填空题（每题 5 分，满分 20 分，将答案填在答题纸上）

13．已知 $\vec{a}=(-1,2)$，$\vec{b}=(2,3)$，则 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影等于________.

14．已知 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+2y-1\le 0\\ 2x+y+1\ge 0\\ x-2y+3\ge 0\end{cases}$，则 $\frac{y+3}{x+2}$ 的取值范围为________.

15．已知抛物线 $C:y^2=2px\,(p>0)$ 的焦点 F 到准线的距离为 4，点 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$ 在抛物线 C 上，若 $(y_1-2y_2)(y_1+2y_2)=48$，则 $\frac{|MF|}{|NF|}=$________.

16. 在锐角三角形 ABC 中，角 A、B、C 所对的边为 a、b、c，且 $2b\sin C-\sqrt{2}c\cos C=2c\sin C\cos A$．若点 H 为 ΔABC 的垂心，则 $\dfrac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta HBC}}$ 的最小值为__________.

三、解答题 （本大题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17. （本小题满分 12 分）某汽车销售店以 8 万元每辆的价格购进了某品牌的汽车.根据以往的销售分析得出，当售价定为 10 万元/辆时，每年可销售 100 辆该品牌的汽车，且每辆汽车的售价每提高 1 千元时，年销售量就减少 2 辆.

（1）若要获得最大年利润，售价应定为多少万元/辆?

（2）该销售店为了提高销售业绩，推出了分期付款的促销活动.已知销售一辆该品牌的汽车，若一次性付款，其利润为 2 万元;若分 2 期或 3 期付款，其利润为 2.5 万元;若分 4 期或 5 期付款,其利润为 3 万元.该销售店对最近分期付叙的 10 位购车情况进行了统计，统计结果如下表：

付款方式	一次性	分 2 期	分 3 期	分 4 期	分 5 期
频数	1	1	3	2	3

若 X 表示其中任意两辆的利润之差的绝对值，求 X 的分布列和数学期望.

18. (本题满分 12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=2$，且 $a_{n+1}=2S_n+2$，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=2$，$(n+2)b_n=nb_{n+1}$，其中 $n\in$N*.

（1）分别求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）若 $c_n=\dfrac{2\cdot a_n}{n+1}$，求数列 $\{b_nc_n\}$ 的前 n 项和 T_n．

19. （本小题满分 12 分）在梯形 $ABCD$ 中，$AB\,//\,CD$，$\angle BAD=\dfrac{\pi}{3}$，$AB=2AD=2CD=4$，$P$ 为 AB 的中点，线段 AC 与 DP 交于 O 点（如图 1）.将 $\vartriangle ACD$ 沿 AC 折起到 $\triangle ACD'$ 位置，使得平面 $D'AC\perp$ 平面 BAC（如图 2）

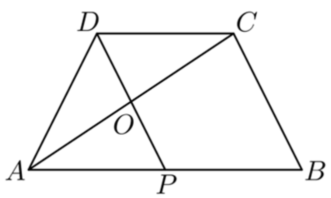


图1

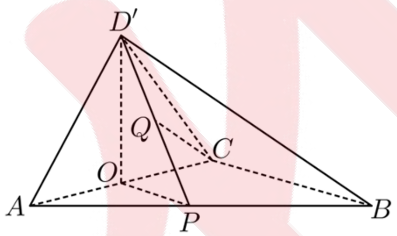


图2

（1）求二面角 $A-BD'-C$ 的余弦值；

（2）线段 PD' 上是否存在点 Q，使得 CQ 与平面 BCD' 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{8}$?若存在，求出 $\dfrac{PQ}{PD'}$ 的值；若不存在，请说明理由.

20. （本小题满分 12 分）已知函数 $P(x)=x-\lambda\ln x$，$(\lambda\in\mathrm{R})$.

（1）若函数 $y=P(x)$ 只有一个零点，求实数 λ 的取值所构成的集合；

（2）已知 $\lambda\in(0,e)$，若 $f(x)=e^{\lambda x}-x+P(x)$，函数 $f(x)$ 的最小值为 $h(\lambda)$，求 $h(\lambda)$ 的值域.

21. (本小题满分 12 分）已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>1)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，上顶点为 A，F_1 到直线 AF_2 的距离为 $\sqrt{3}$，且 $|AF_2|=2$.

（1）求椭圆 E 的标准方程；

（2）过 F_2 的直线 m 与椭圆 E 交于 M,N 两点，过 F_2 且与 m 垂直的直线 n 与圆 O：$x^2+y^2=4$ 交于 C，D 两点，求 $|MN|+|CD|$ 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做，则按所做的第一题计分.

22. （10 分）在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\alpha\\ y=2+\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数，$\alpha\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$）．以坐标原点为极点，$x$ 轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)=m(\rho\in\mathbf{R})$.

（1）求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程；

（2）若直线 l 与曲线 C 有 2 个公共点，求 m 的取值范围.

23. （10 分）已知函数 $f(x)=|x|+|x-2|+1$.

（1）解不等式 $f(x)\leqslant 7$；

（2）若不等式 $mx+2\leqslant f(x)(m>0)$ 对于 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，求 m 的取值范围.

高 2021 级高三期末考试数学试题（理科）参考答案

一、1—5CAADD 6—10BBDAB 11—12CB

二、 13、$\frac{4\sqrt{13}}{13}$ 14、$(-2,4]$ 15、4 16、$3+2\sqrt{2}$

三、17、解：（I）设销售价格提高了 $0.1x$ 万元/辆，年利润为 y 万元．则由题意得年销售量为 $100-2x$，

$\therefore y=(10+0.1x-8)(100-2x)=-0.2x^2+6x+200=-0.2(x-15)^2+245$.

故当 $x=15$ 时，y 取最大值．此时售价为 $10+0.1\times15=11.5$ 万元/辆．

∴ 当售价为 11.5 万元/辆时，年利润最大．……………………………………4 分

（II）由图表可知，利润为 2 万元的有 1 辆，2.5 万元的有 4 辆，3 万元的有 5 辆．

$\therefore P(X=0)=\frac{C_4^2+C_5^2}{C_{10}^2}=\frac{16}{45}$；$P(X=0.5)=\frac{C_4^1C_1^1+C_4^1C_5^1}{C_{10}^2}=\frac{24}{45}$；$P(X=1)=\frac{C_5^1C_1^1}{C_{10}^2}=\frac{5}{45}=\frac{1}{9}$．

∴ X 的分布列为：

X	0	0．5	1
P	$\frac{16}{45}$	$\frac{24}{45}$	$\frac{1}{9}$

∴ X 的数学期望 $E(X)=\frac{16}{45}\times0+\frac{24}{45}\times0.5+\frac{1}{9}\times1=\frac{17}{45}$．

∴ X 的数学期望为 $\frac{17}{45}$．………………………………12 分

18、(1) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，由 $a_{n+1}=2S_n+2$ 得：$a_{n+2}=2S_{n+1}+2$，

所以 $a_{n+2}-a_{n+1}=2a_{n+1}$，即 $a_{n+2}=3a_{n+1}$，故 q=3，

当 n=1 时，$a_2=2S_1+2=2a_1+2=3a_1$，故 $\{a_n\}$ 为等比数列，

故数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2\cdot3^{n-1}$；

由 $(n+2)b_n=nb_{n+1}$ 得：$\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{n+2}{n}$，故 $\frac{b_2}{b_1}=\frac{3}{1}$，$\frac{b_3}{b_2}=\frac{4}{2}$，$\frac{b_4}{b_3}=\frac{5}{3}$，……，$\frac{b_{n-1}}{b_{n-2}}=\frac{n}{n-2}$，$\frac{b_n}{b_{n-1}}=\frac{n+1}{n-1}$

以上 n-1 个式子相乘得，$\frac{b_n}{b_1}=\frac{3}{1}\times\frac{4}{2}\times\frac{5}{3}\times\cdots\cdots\times\frac{n}{n-2}\times\frac{n+1}{n-1}=\frac{n(n+1)}{2}$，故 $b_n=n(n+1)$；

（2）由 $c_n=\frac{4\cdot3^{n-1}}{n+1}$，结合（1）可得：$b_nc_n=4n\cdot3^{n-1}$，

所以 $T_n=b_1c_1+\ldots+b_nc_n=4\times(1\times3^0+2\times3^1+\ldots+n\cdot3^{n-1})$，$3T_n=4\times[1\times3^1+2\times3^2+\ldots+(n-1)\cdot3^{n-1}+n\cdot3^n]$，

两式相减得，$-2T_n=4\times(3^0+3^1+3^2+\ldots+3^{n-1}-n\cdot3^n)=4(\frac{3^n-1}{2}-n\cdot3^n)$，

所以 $-2T_n=4\times(3^0+3^1+3^2+\ldots+3^{n-1}-n\cdot3^n)=4(\frac{3^n-1}{2}-n\cdot3^n)$，故 $T_n=1+(2n-1)\cdot3^n$．

19、(1) 因为在梯形 $ABCD$ 中，$AB//CD$，$AB=2AD=2CD=4$，$\angle BAD=\frac{\pi}{3}$，P 为 AB 的中点，所以，

$CD//PB$，$CD=PB$，所以 $\triangle ADP$ 是正三角形，四边形 $DPBC$ 为菱形，可得 $AC\perp BC$，$AC\perp DP$，

而平面 $D'AC\perp$ 平面 BAC，平面 $D'AC\cap$ 平面 $BAC=AC$，$D'O\subset$ 平面 $D'AC$，$D'O\perp AC$，

$\therefore D'O\perp$ 平面 BAC，所以 OA，OP，OD' 两两互相垂直，

如图，以点 O 为坐标原点，OA，OP，OD' 分别为 x，y，z 轴建立空间直角坐标系，

则 $A(\sqrt{3},0,0)$，$C(-\sqrt{3},0,0)$，$B(-\sqrt{3},2,0)$，$D'(0,0,1)$，$P(0,1,0)$，

$\therefore \overrightarrow{AD'}=(-\sqrt{3},0,1)$，$\overrightarrow{AB}=(-2\sqrt{3},2,0)$，$\overrightarrow{BD'}=(\sqrt{3},-2,1)$，$\overrightarrow{CD'}=(\sqrt{3},0,1)$，

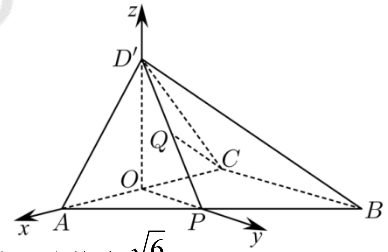
设平面 ABD' 的一个法向量为 $\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$，则

$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AD'}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{AB}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}-\sqrt{3}x_1+z_1=0\\ -2\sqrt{3}x_1+2y_1=0\end{cases}$，令 $x_1=1$，则 $y_1=z_1=\sqrt{3}$，$\therefore\vec{m}=(1,\sqrt{3},\sqrt{3})$，

设平面 CBD' 的一个法向量为 $\vec{n}=(x_2,y_2,z_2)$，则

$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BD'}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{CD'}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}\sqrt{3}x_2-2y_2+z_2=0\\ \sqrt{3}x_2+z_2=0\end{cases}$，令 $x_2=1$，则 $y_2=0$，$z_2=-\sqrt{3}$，$\therefore\vec{n}=(1,0,-\sqrt{3})$，

$\therefore\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle=\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\frac{1\times1+\sqrt{3}\times0+\sqrt{3}\times(-\sqrt{3})}{\sqrt{1+3+3}\times\sqrt{1+3}}=-\frac{\sqrt{7}}{7}$，



所以二面角 $A-BD'-C$ 的余弦值为 $-\frac{\sqrt{7}}{7}$．

（2）线段 PD' 上存在点 Q，使得 CQ 与平面 BCD' 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{8}$．

设 $\overrightarrow{PQ}=\lambda\overrightarrow{PD'}(0\le\lambda\le1)$，因为 $\overrightarrow{CP}=(\sqrt{3},1,0)$，$\overrightarrow{PD'}=(0,-1,1)$，所以

$\overrightarrow{CQ}=\overrightarrow{CP}+\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{CP}+\lambda\overrightarrow{PD'}=(\sqrt{3},1-\lambda,\lambda)$，

设 CQ 与平面 BCD' 所成角为 θ，则 $\sin\theta=\left|\cos\langle\overrightarrow{CQ},\vec{n}\rangle\right|=\frac{|\overrightarrow{CQ}\cdot\vec{n}|}{|\overrightarrow{CQ}||\vec{n}|}=\frac{\sqrt{3}(1-\lambda)}{2\sqrt{2\lambda^2-2\lambda+4}}=\frac{\sqrt{6}}{8}$，

即 $3\lambda^2-7\lambda+2=0$，$\because 0\le\lambda\le1$，解得 $\lambda=\frac{1}{3}$，

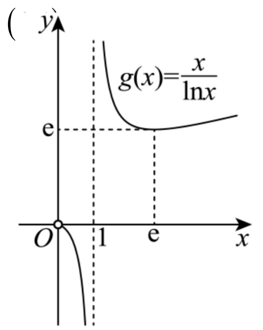
所以线段 PD' 上存在点 Q，且 $\frac{PQ}{PD'}=\frac{1}{3}$，使得 CQ 与平面 BCD' 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{8}$．

20、解：(1) 当 $\lambda=0$ 时，显然不满足题意，

当 $\lambda\ne0$ 时，若函数 $y=P(x)$ 只有一个零点，即 $x-\lambda\ln x=0$ 只有一个根，因为 1 不是方程的根，所以

可转化为 $\lambda=\frac{x}{\ln x}$ 只有一个根，即直线 $y=\lambda$ 与函数 $g(x)=\frac{x}{\ln x}$ （$x>0$ 且 $x\ne1$）的图象只有一个交点．

$g'(x)=\frac{\ln x-1}{\ln^2x}$，令 $g'(x)=0$，得 $x=e$，在 $(0,1)$ 和 $(1,e)$ 上，$g'(x)<0$，在 $(e,+\infty)$（



上，$g'(x)>0$，所以 $g(x)$ 在和 $(1,e)$ 上单调递减，在 $(e,+\infty)$ 上单调递增．

在 $x=e$ 时有极小值 $g(e)=e$，$g(x)$ 图象如图所示：

由图可知：若要使直线 $y=\lambda$ 与函数 $g(x)=\frac{x}{\ln x}$ 的图象只有一个交点，

则 $\lambda<0$ 或 $\lambda=e$，综上 λ 的取值所构成的集合为 $(-\infty,0)\cup\{e\}$．

（2）由题意知 $f(x)=e^{\lambda x}-\lambda\ln x$，$f'(x)=\frac{\lambda}{x}(xe^{\lambda x}-1)$，

令 $t(x)=xe^{\lambda x}-1(x\ge0)$，得 $t'(x)=(1+x)e^{\lambda x}>0$，所 $t(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增．

又$t(0)=-1<0,t(1)=e^{\lambda}-1>0$.由零点的存在性定理知存在$x_0\in(0,1)$,使得$x_0e^{\lambda x_0}-1=0$,
所以当$x\in(0,x_0)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减.当$x\in(x_0,+\infty)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增.
故$h(\lambda)=f(x_0)=e^{\lambda x_0}-\lambda x_0$.又$x_0e^{\lambda x_0}-1=0$,所以$\lambda=-\dfrac{\ln x_0}{x_0}$，又$\lambda\in(0,e)$，所以$0<-\dfrac{\ln x_0}{x_0}<e$.

令$r(x)=-\dfrac{\ln x}{x}\Rightarrow r'(x)=\dfrac{\ln x-1}{x^2}$,$r(x)$在$(0,1)$单调递减，$r(1)=0,r(\dfrac{1}{e})=e$.

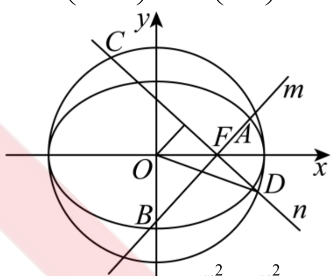
由$0<-\dfrac{\ln x_0}{x_0}<e$得$\dfrac{1}{e}<x_0<1$.将$\lambda=-\dfrac{\ln x_0}{x_0}$代入$h(\lambda)=e^{\lambda x_0}-\lambda x_0$，

得$h(\lambda)=\dfrac{1}{x_0}+\dfrac{(\ln x_0)^2}{x_0}(\dfrac{1}{e}<x_0<1)$.令$M(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{(\ln x)^2}{x}(\dfrac{1}{e}<x<1)$,得$M'(x)=-\dfrac{(\ln x-1)^2}{x^2}<0$，

所以$M(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{(\ln x)^2}{x}(\dfrac{1}{e}<x<1)$在$(\dfrac{1}{e},1)$单调递减，又$M(\dfrac{1}{e})=2e,M(1)=1$.
所以$h(\lambda)$的值域为$(1,2e)$.

21、(1) 依题意可得直线AF_2的方程为$\dfrac{x}{c}+\dfrac{y}{b}=1$，即$bx+cy-bc=0$，则$F_1$到直线$AF_2$的距离
$\dfrac{|-2bc|}{\sqrt{b^2+c^2}}=\dfrac{2bc}{a}=\sqrt{3}$.又$|AF_2|=\sqrt{b^2+c^2}=a=2$，$a^2=c^2+b^2$，故$b=\sqrt{3}$，$c=1$，
所以椭圆E的标准方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$.

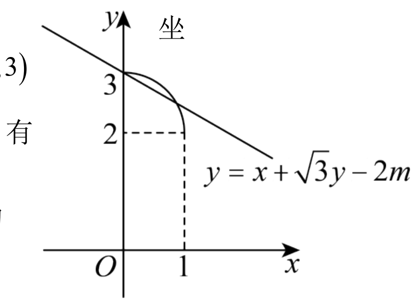
(2) ①当直线 m 的斜率为 0 时，直线 m 的方程为$y=0$，代入椭圆方程可得$M(-2,0)$，$N(2,0)$.
直线n的方程$x=1$，代入圆的方程可得$C(1,-\sqrt{3})$，$D(1,\sqrt{3})$，
所以$|MN|=4$，$|CD|=2\sqrt{3}$，$|MN|+|CD|=4+2\sqrt{3}$；
②当直线 m 的斜率不存在时，直线 m 的方程为$x=1$，代入椭圆方程可得$M\left(1,-\dfrac{3}{2}\right)$，$N\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$.
直线n的方程$y=0$，代入圆的方程可得$C(-2,0)$，$D(2,0)$，
所以$|MN|=3$，$|CD|=4$，$|MN|+|CD|=7$；



③当直线 m 的斜率存在且不为 0 时，设$m:y=k(x-1)$，则
$n:y=-\dfrac{1}{k}(x-1)$，点 O 到直线 n 的距离$d=\dfrac{1}{\sqrt{k^2+1}}$，圆的半径$r=2$，
根据垂径定理可得，所以$|CD|=2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{\dfrac{4k^2+3}{k^2+1}}$.将$y=k(x-1)$代入曲线 E 的方程$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，
整理得$(4k^2+3)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$，$\Delta=(-8k^2)^2-4(4k^2+3)(4k^2-12)=144(k^2+1)>0$恒成立.
设$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，由韦达定理可得，$x_1+x_2=\dfrac{8k^2}{4k^2+3}$，$x_1x_2=\dfrac{4k^2-12}{4k^2+3}$，
则$|MN|=\sqrt{k^2+1}|x_1-x_2|=\sqrt{k^2+1}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\dfrac{12(k^2+1)}{4k^2+3}$.

所以$|MN|+|CD|=\dfrac{12(k^2+1)}{4k^2+3}+2\sqrt{\dfrac{4k^2+3}{k^2+1}}$.因为$k^2>0$，所以$0<\dfrac{1}{k^2+1}<1$，所以$3<4-\dfrac{1}{k^2+1}<4$.
令$t=\sqrt{\dfrac{4k^2+3}{k^2+1}}=\sqrt{4-\dfrac{1}{k^2+1}}\in(\sqrt{3},2)$，则$|MN|+|CD|=\dfrac{12}{t^2}+2t$，$t\in(\sqrt{3},2)$.
令$f(t)=\dfrac{12}{t^2}+2t$，$t\in(\sqrt{3},2)$，则$f'(t)=2-\dfrac{24}{t^3}=\dfrac{2(t^3-12)}{t^3}<0$在$t\in(\sqrt{3},2)$上恒成立，
所以$f(t)$在$(\sqrt{3},2)$上单调递减.又$f(\sqrt{3})=4+2\sqrt{3}$，$f(2)=7$，所以$f(t)\in(7,4+2\sqrt{3})$，
即$|MN|+|CD|\in(7,4+2\sqrt{3})$. 综上所述，$|MN|+|CD|$的取值范围是$[7,4+2\sqrt{3}]$.

22、(1) 因为$\alpha\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，$x=\cos\alpha\in[0,1]$，$y=2+\sin\alpha\in[2,3]$，将曲线$C$的参数方程中的参数消去，并结合$\alpha\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$可得曲线$C$的普通方程为：$x^2+(y-2)^2=1(0\le x\le 1,2\le y\le 3)$.
直线l的极坐标方程为$\rho\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{1}{2}\rho\cos\theta+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\rho\sin\theta=m$，将$\rho\cos\theta=x$，$\rho\sin\theta=y$代入上式，得直线$l$的直角坐标方程为$x+\sqrt{3}y-2m=0$.



(2) 曲线C是以$(0,2)$为圆心，1 为半径的四分之一圆弧，且圆弧两端点的标分别为$(0,3)$和$(1,2)$，作出曲线C与直线l，如图所示，当直线l经过点$(0,3)$时，直线l与曲线C有两个交点，此时$m=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. 当直线l与曲线C相切时，有$\dfrac{|0+2\sqrt{3}-2m|}{2}=1$，解得$m=1+\sqrt{3}$或$m=\sqrt{3}-1$（舍去）. 数形结合可知$m$的取
值范围为$\left[\dfrac{3\sqrt{3}}{2},1+\sqrt{3}\right)$.

23、解：(1) $f(x)\le 7$，即$|x|+|x-2|\le 6$，利用零点分区间法，对$f(x)$去绝对值，当$x<0$时，由$-2x+2\le 6$，得$x\ge -2$，所以$x\in[-2,0)$，当$0\le x<2$时，$2\le 6$成立，所以$x\in[0,2)$，当$x\ge 2$时，由$2x-2\le 6$，得$x\le 4$，所以$x\in[2,4]$.综上可知，不等式$f(x)\le 7$的解集为$[-2,4]$.
(2) 由题意，可知$m>0$，由 (1) 得当$x<0$时，$m\ge -2+\dfrac{1}{x}$恒成立，因为$-2+\dfrac{1}{x}<0$，所以$m>0$时不等式恒成立；
当$x=0$时，$2\le 3$恒成立，所以$m>0$时不等式恒成立；
当$0<x<2$时，$m\le\dfrac{1}{x}$恒成立，而$\dfrac{1}{x}>\dfrac{1}{2}$，所以$0<m\le\dfrac{1}{2}$时不等式恒成立；
当$x\ge 2$时，即$m\le 2-\dfrac{3}{x}$恒成立，而$\dfrac{1}{2}\le 2-\dfrac{3}{x}<2$，所以$0<m\le\dfrac{1}{2}$不等式恒成立.
综上，满足要求的m的取值范围为$\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$.