锦宏教育微信公众号：jh985211　　　　锦宏教育客服微信：18117901643

内江市高中 2024 届第一次模拟考试题

数学（理科）

1．本试卷包括第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共 4 页。全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

2．答第Ⅰ卷时，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号；答第Ⅱ卷时，用 0.5 毫米的黑色签字笔在答题卡规定的区域内作答，字体工整，笔迹清楚；不能答在试卷题卷上。

3．考试结束后，监考员将答题卡收回。

第Ⅰ卷（选择题，共 60 分）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每个小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把正确选项的代号填在答题卡的指定位置.）

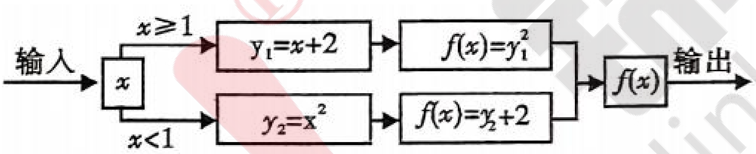
1.已知 i 是虚数单位，若 $\frac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=a+b\mathrm{i}\left(a,b\in R\right)$，则 $a-b$ 的值是（　　）

A. -1　　B. $-\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

2.集合 $A=\left\{x\middle|-1<x<1\right\}$，$B=\left\{x\middle|x<a\right\}$，若 $A\cup B=\left\{x\middle|x<1\right\}$，则 a 的取值范围为（　　）

A. $[-1,1]$　　B. $(-1,1]$　　C. $[-1,1)$　　D. $(-1,1)$

3.如图是一个电子元件在处理数据时的流程图：则下列正确的是（　　）



A. $f\left(-3\right)=1$

B. $f\left(1\right)=3$

C.若 $f\left(x\right)=16$，则 $x=2$ 或 $\sqrt{14}$

D.若 $f\left(x\right)=16$，则 $x=2$ 或 $-\sqrt{14}$

4.若实数 x，y 满足 $\begin{cases}x-y+5\geq 0\\ y\geq 5\\ 0\leq x\leq 2\end{cases}$，则 $z=x+y$ 的最大值为（　　）

A. 5　　B. 7　　C. 9　　D. 6

5.已知 $f\left(x\right)=x^2+3xf'\left(1\right)$，则 $f'\left(2\right)=$（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 8

6.已知向量$\vec{a}=(m,n)$，$\vec{b}=(\cos\theta,\sin\theta)$，其中$m,n,\theta\in R$.若$|\vec{a}|=4|\vec{b}|$，则当$\vec{a}\cdot\vec{b}<\lambda^2$恒成立时实数$\lambda$的取值范围是（　　）

A.$\lambda=\sqrt{2}$或$\lambda<-\sqrt{2}$　　　　B.$\lambda>2$或$\lambda<-2$

C.$-\sqrt{2}<\lambda<\sqrt{2}$　　　　D.$-2<\lambda<2$

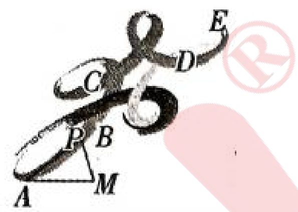
7.已知函数$f(x)=|\ln x|$，若$b>a>0$，且$f(a)=f(b)$，则$2a+b$的取值范围是（　　）

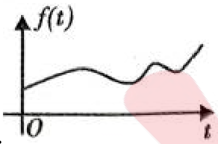
A.$(2\sqrt{2},+\infty)$　　B.$[2\sqrt{2},+\infty)$　　C.$(3,+\infty)$　　D.$[3,+\infty)$

8.已知$\alpha\in(0,\pi)$，且$3\cos2\alpha-8\cos\alpha=5$，则$\sin\alpha=$（　　）

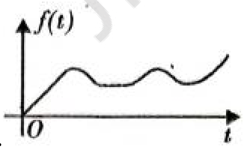
A.$\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　　B.$\dfrac{2}{3}$　　C.$\dfrac{1}{3}$　　D.$\dfrac{\sqrt{5}}{9}$

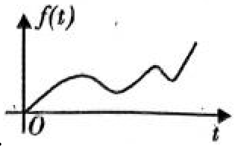
9.随着生活水平的提高，私家车已成为许多人的代步工具.某驾照培训机构仿照北京奥运会会徽设计了科目三路考的行驶路线，即从A点出发沿曲线段$B\to$曲线段$C\to$曲线段D，最后到达E点.某观察者站在点M处观察练车场上匀速行驶的小车P的运动情况，设观察者从点A开始随车子运动变化的视角为θ，即$\theta=\angle AMP(\theta>0)$，练车时间为$t$，则函数$\theta=f(t)$的图象大致为（　　）



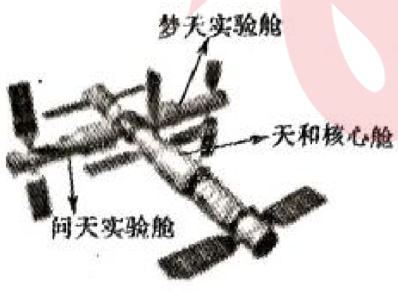
A. 

B. 

C. 

D. 

10.中国空间站的主体结构包括天和核心舱、问天实验舱和梦天实验舱.假设中国空间站要安排甲、乙、丙、丁、戊5名航天员开展实验，其中天和核心舱安排3人，问天实验舱与梦天实验舱各安排1人.若甲、乙两人不能同时在一个舱内做实验，则不同的安排方案共有（　　）



A.8种　　B.14种　　C.20种　　D.16种

11.设函数$f(x)$是定义在$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$上的奇函数，$f'(x)$为$f(x)$的导函数，当$x>0$时，

锦宏教育微信公众号：jh985211　　　　锦宏教育客服微信：18117901643

$x\ln x\cdot f'(x)+f(x)>0$，则使得 $\dfrac{(x+2)f(x)}{x-1}\le 0$ 成立的 x 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,-2]\cup(0,1)$　　　　B. $[-2,0)\cup(0,1)$

C. $[-2,0)\cup(1,+\infty)$　　　　D. $(-\infty,-2]\cup(1,+\infty)$

12.已知函数 $f(x)=xe^{x}-2a(\ln x+x)$ 有两个零点，则 a 的最小整数值为（　　）

A.0　　　　B.1　　　　C.2　　　　D.3

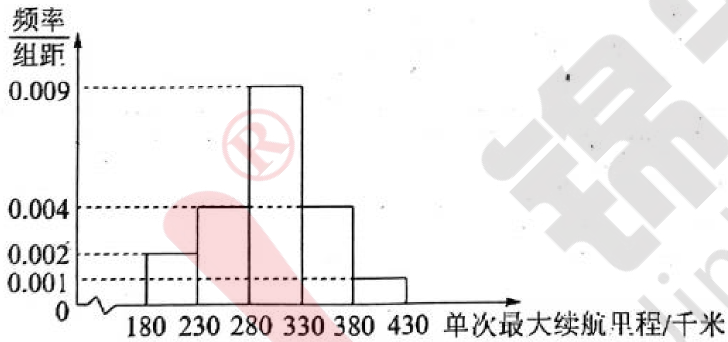
第Ⅱ卷（非选择题，共 90 分）

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

13.数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，$a_{m+n}=a_m a_n$，若 $a_{k+1}=1024$，则 $k=$________.

14.在二项式 $\left(x^2-\dfrac{1}{x}\right)^5$ 的展开式中，含 x^4 的项的系数是________.

15.某汽车公司最近研发了一款新能源汽车，并在出厂前对 100 辆汽车进行了单次最大续航里程的测试.现对测试数据进行分析，得到如图所示的频率分布直方图：



根据大量的测试数据，可以认为这款汽车的单次最大续航里程 x 近似地服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，用样本平均数 $\bar{x}$ 和标准差 S 分别作为 μ、σ 的近似值，其中样本标准差 S 的近似值为 50，现任取一辆汽车，则它的单次最大续航里程 $X\in[250,400]$ 的概率为________.

（参考数据：若随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-\sigma\le X\le\mu+\sigma)\approx 0.6827$，$P(\mu-2\sigma\le X\le\mu+2\sigma)\approx 0.9545$，$P(\mu-3\sigma\le X\le\mu+3\sigma)\approx 0.9973$）

16.设函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{5}\right)(\omega>0)$，已知 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 有且仅有 5 个零点，下述四个结论：

① $f(x)$ 在 $(0,2\pi)$ 有且仅有 3 个极大值点；② $f(x)$ 在 $(0,2\pi)$ 有且仅有 2 个极小值点；③ ω 的取值范围是

$\left[\frac{12}{5},\frac{29}{10}\right)$；④ $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{10}\right)$ 上单调递增.

其中所有正确结论的编号是________.

三、解答题（共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.）

（一）必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

已知等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和为 S_n， $a_2=3$， $S_5+a_3=30$.

（1）求 a_n 及 S_n；

（2）若 $b_n=\frac{a_{n+1}}{S_n\cdot S_{n+1}}$，求数列 $\left\{b_n\right\}$ 的前 n 项和 T_n.

18.（本小题满分 12 分）

某企业为响应国家号召，汇聚科研力量，加强科技创新，准备加大研发资金投入，为了解年研发资金投入额 x（单位：亿元）对年盈利额 y（单位：亿元）的影响，通过对“十二五”和十三五规划发展 10 年期间年研发资金投入额 x_i 和年盈利额 $y_i\left(i=1,2,\cdots,10\right)$ 数据进行分析，建立了两个函数模型：$y=\alpha+\beta x^2$，$y=e^{\lambda x+t}$，其中 α、β、λ、t 均为常数，e 为自然对数的底数，令 $u_i=x_i^2$，$v_i=\ln y_i\left(i=1,2,\cdots,10\right)$，经计算得如下数据：

$\overline{x}=26$	$\overline{y}=215$	$\overline{u}=680$	$\overline{v}=5.36$
$\sum_{i=1}^{10}\left(x_i-\overline{x}\right)^2=100$	$\sum_{i=1}^{10}\left(u_i-\overline{u}\right)^2=22500$	$\sum_{i=1}^{10}\left(u_i-\overline{u}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)=260$	$\sum_{i=1}^{10}\left(y_i-\overline{y}\right)^2=4$
$\sum_{i=1}^{10}\left(v_i-\overline{v}\right)^2=4$	$\sum_{i=1}^{10}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(v_i-\overline{v}\right)=18$		

（1）请从相关系数的角度，分析哪一个模型拟合度更好？

（2）根据（1）的选择及表中数据，建立 y 关于 x 的回归方程；（系数精确到 0.01）

（3）若希望 2024 年盈利额 y 为 800 亿元，请预测 2024 年的研发资金投入额 x 为多少亿元？（结果精确到 0.01）

附：相关系数 $r=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\overline{y}\right)^2}}$，参考数据：$\ln 2=0.693$，$\ln 5=1.609$.

回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中：$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

19.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}ax^2-\ln x$.

（1）当 $a=1$ 时，求 $f(x)$ 的极值；

（2）若不等式 $f(x)\geq(1-a)x+1$ 恒成立，求整数 a 的最小值.

20.（本小题满分 12 分）

$\triangle ABC$ 的内角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c，$a=6$，$b\sin\frac{B+C}{2}=a\sin B$.

（1）求角 A 的大小；

（2）M 为 $\triangle ABC$ 内一点，AM 的延长线交 BC 于点 D，________，求 $\triangle ABC$ 的面积.

请在下面三个条件中选择一个作为已知条件补充在横线上，使 $\triangle ABC$ 存在，并解决问题.

①M 为 $\triangle ABC$ 的外心，$AM=4$；

②M 为 $\triangle ABC$ 的重心，$AM=2\sqrt{3}$；

③M 为 $\triangle ABC$ 的内心，$AD=3\sqrt{3}$.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x-\frac{1}{2}\sin x-\frac{m}{2}\ln x+1$.

（1）当 $m=2$ 时，试讨论函数 $f(x)$ 在 $(\pi,+\infty)$ 上的单调性；

（2）存在 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$，$x_1\neq x_2$，$f(x_1)=f(x_2)$，求证：$x_1x_2<m^2$.

（二）选考题：共 10 分.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答.并用 2B 铅笔将所选题号涂黑，多涂、错涂、漏涂均不给分.如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分 10 分）

在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_1 的极坐标方程为

$\rho cos\theta=4$.

（1）M 为曲线 C_1 上的动点，点 P 在线段 OM 上，且满足 $|OP|\cdot|OM|=16$，求点 P 的轨迹 C_2 的直角坐标方程；

（2）设点 A 的极坐标为 $\left(2,\dfrac{\pi}{3}\right)$，点 B 在曲线 C_2，求 $\triangle OAB$ 面积的最大值.

23.（本小题满分 10 分）

已知 $a+b+c=3$，且 a，b，c 都是正数.

（1）求证：$\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{b+c}+\dfrac{1}{a+c}\geq\dfrac{3}{2}$；

（2）是否存在实数 m，使得关于 x 的不等式 $-x^2+mx+2\leq a^2+b^2+c^2$ 对所有满足题设条件的正实数 a，b，c 恒成立？如果存在，求出 m 的取值范围；若果不存在，请说明理由.

锦宏教育 Jinhong Education