内江市高中 2024 届第一次模拟考试题

数　学(文科)

1. 本试卷包括第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共 4 页。全卷满分 150 分;考试时间 120 分钟。

2. 答第Ⅰ卷时,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号;答第Ⅱ卷时,用 0.5 毫米的黑色签字笔在答题卡规定的区域内作答,字体工整,笔迹清楚;不能答在试题卷上。

3. 考试结束后,监考员将答题卡收回。

第Ⅰ卷(选择题,共 60 分)

一、选择题(本大题共12 小题,每小题 5 分,共60 分. 在每个小题所给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把正确选项的代号填在答题卡的指定位置.)

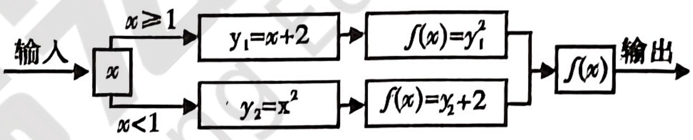
1. 复数 $z=\dfrac{4-3i}{2+i}$(其中 i 为虚数单位)的虚部为

A. 2　　B. 1　　C. -1　　D. -2

2. 设全集 $U=\{x\in Z|x^2-6x<0\}$,集合 M 满足 $\complement_U M=\{1,2\}$,则

A. $2\in M$　　B. $3\in M$　　C. $4\notin M$　　D. $5\notin M$

3. 如图是一个电子元件在处理数据时的流程图:则下列正确的是



A. $f(-3)=1$

B. $f(1)=3$

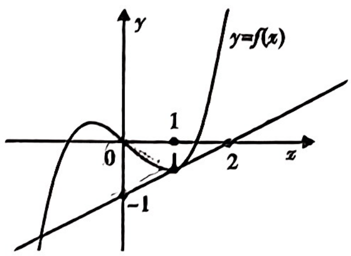
C. 若 $f(x)=16$,则 $x=2$ 或 $\sqrt{14}$

D. 若 $f(x)=16$,则 $x=2$ 或 $-\sqrt{14}$

4. 若不等式组 $\begin{cases}x-y+5\geqslant0\\ y\geqslant a\\ 0\leqslant x\leqslant2\end{cases}$ 表示的平面区域是一个三角形,则 a 的取值范围是

A. $a<5$　　B. $a\geqslant7$　　C. $5\leqslant a<7$　　D. $a<5$ 或 $a\geqslant7$

5. 函数 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线如图所示,则 $f(1)+f'(1)=$



A. 0

B. $\dfrac{1}{2}$

C. $\dfrac{3}{2}$

D. $-\dfrac{1}{2}$

6. 设 $x\in R$,向量 $\vec{a}=(x,1)$,$\vec{b}=(1,-2)$,且 $\vec{a}\perp\vec{b}$,则 $\cos\langle\vec{a}+\vec{b},\vec{b}\rangle=$

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{10}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{10}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$

7. 在△ABC 中,a、b、c 分别为角 A、B、C 的对边,若 $\cos^2\dfrac{A}{2}=\dfrac{b+c}{2c}$,则△$ABC$ 的形状为

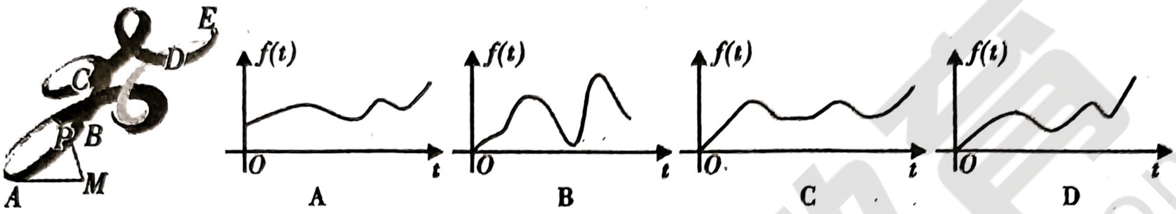
A. 正三角形　　B. 直角三角形

C. 等腰三角形或直角三角形　　D. 等腰直角三角形

8. 已知 $\alpha\in(0,\pi)$，且 $3\cos2\alpha-8\cos\alpha=5$，则 $\sin\alpha=$

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{9}$

9. 随着生活水平的提高，私家车已成为许多人的代步工具. 某驾照培训机构仿照北京奥运会会徽设计了科目三路考的行驶路线，即从 A 点出发沿曲线段 $B\to$曲线段 $C\to$曲线段 D，最后到达 E 点. 某观察者站在点 M 处观察练车场上匀速行驶的小车 P 的运动情况，设观察者从点 A 开始随车子运动变化的视角为 θ，即 $\theta=\angle AMP(\theta>0)$，练车时间为 t，则函数 $\theta=f(t)$ 的图象大致为



10. 在关于 x 的一元二次方程 $x^2+2ax+b^2=0$ 中，若 a 是从区间 $[0,3]$ 任取的一个数，b 是从区间 $[0,2]$ 任取的一个数，则上述方程有实根的概率为

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{3}{4}$

11. 已知定义域为 R 的函数 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增，且 $f(x+1)$ 为偶函数，若 $f(3)=1$，则不等式 $f(2x+1)<1$ 的解集为

A. $(-1,1)$　　B. $(-1,+\infty)$

C. $(-\infty,1)$　　D. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

12. 已知函数 $f(x)=(x-2)e^x+a(x-1)^2$ 有两个零点，则 a 的最小整数值为

A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 0

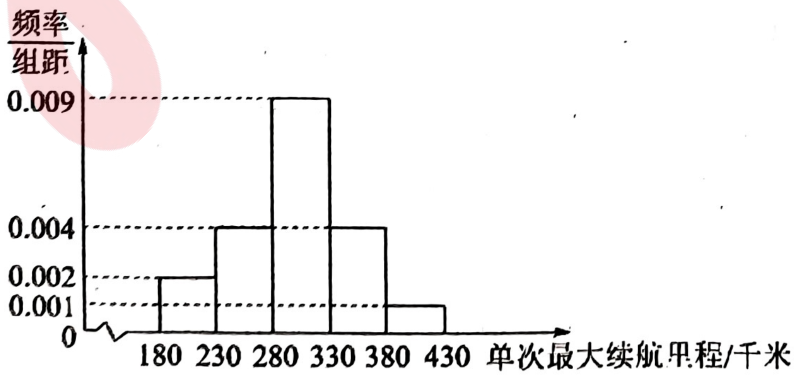
第Ⅱ卷（非选择题，共 90 分）

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

13. 数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，$a_{m+n}=a_ma_n$，若 $a_{k+1}=1024$，则 $k=$________.

14. 设函数 $f(x)=\frac{(x+1)^2+\sin x}{x^2+1}$ 的最大值为 M，最小值为 m，则 $M+m=$________.

15. 某汽车公司最近研发了一款新能源汽车，并在出厂前对 100 辆汽车进行了单次最大续航里程的测试. 现对测试数据进行分析，得到如图所示的频率分布直方图：



估计这 100 辆汽车的单次最大续航里程的平均值为________千米.

16. 设函数 $f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{5})(\omega>0)$，已知 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 有且仅有 5 个零点，下述三个结论：

①$f(x)$ 在 $(0,2\pi)$ 有且仅有 3 个极大值点；②$f(x)$ 在 $(0,2\pi)$ 有且仅有 2 个极小值点；

③ω 的取值范围是 $[\frac{12}{5},\frac{29}{10})$.

其中所有正确结论的编号是________.

三、解答题(共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第 17 ~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.)

(一)必考题：共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_2=3$，$S_5+a_3=30$.

(1)求 a_n 及 S_n；

(2)若 $b_n=\frac{a_{n+1}}{S_n\cdot S_{n+1}}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18. (本小题满分 12 分)

某企业为响应国家号召，汇聚科研力量，加强科技创新，准备加大研发资金投入，为了解年研发资金投入额 x(单位：亿元)对年盈利额 y(单位：亿元)的影响，通过对“十二五”和十三五规划发展 10 年期间年研发资金投入额 x_i 和年盈利额 $y_i(i=1,2,\cdots,10)$ 数据进行分析，建立了两个函数模型：$y=\alpha+\beta x^2$；$y=e^{\lambda x+t}$，其中 α、β、λ、t 均为常数，e 为自然对数的底数，令 $u_i=x_i^2$，$v_i=\ln y_i(i=1,2,\cdots,10)$，经计算得如下数据：

$\bar{x}=26$	$\bar{y}=215$	$\bar{u}=680$	$\bar{v}=5.36$
$\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2=100$	$\sum_{i=1}^{10}(u_i-\bar{u})^2=22500$	$\sum_{i=1}^{10}(u_i-\bar{u})(y_i-\bar{y})=260$	$\sum_{i=1}^{10}(y_i-\bar{y})^2=4$
$\sum_{i=1}^{10}(v_i-\bar{v})^2=4$	$\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})(v_i-\bar{v})=18$		

(1)请从相关系数的角度，分析哪一个模型拟合度更好？

(2)根据(1)的选择及表中数据，建立 y 关于 x 的回归方程.(系数精确到 0.01)

附：相关系数 $r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$

回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中：$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

19.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}ax^2-\ln x$.

（1）当 $a=1$ 时，求 $f(x)$ 的极值；

（2）若不等式 $f(x)\geqslant x$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

20.（本小题满分 12 分）

$\triangle ABC$ 的内角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c，$a=6$，$b\sin\frac{B+C}{2}=a\sin B$.

（1）求角 A 的大小；

（2）M 为 $\triangle ABC$ 的重心，AM 的延长线交 BC 于点 D，且 $AM=2\sqrt{3}$，求 $\triangle ABC$ 的面积.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x\cdot\sin x+\cos x+\frac{1}{2}ax^2$，$x\in[0,\pi]$.

（1）当 $a=0$ 时，求 $f(x)$ 的单调区间；

（2）当 $a>0$ 时，求函数 $f(x)$ 的零点个数.

（二）选考题：共 10 分.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 并用 2B 铅笔将所选题号涂黑，多涂、错涂、漏涂均不给分. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分 10 分）

在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta=4$.

（1）M 为曲线 C_1 上的动点，点 P 在线段 OM 上，且满足 $|OP|\cdot|OM|=16$，求点 P 的轨迹 C_2 的直角坐标方程；

（2）设点 A 的极坐标为 $(2,\frac{\pi}{3})$，点 B 在曲线 C_2 上，求 $\triangle OAB$ 面积的最大值.

23.（本小题满分 10 分）

已知 $a+b+c=3$，且 a,b,c 都是正数.

（1）求证：$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}\geqslant\frac{3}{2}$；

（2）是否存在实数 m，使得关于 x 的不等式 $-x^2+mx+2\leqslant a^2+b^2+c^2$ 对所有满足题设条件的正实数 a,b,c 恒成立？如果存在，求出 m 的取值范围；如果不存在，请说明理由.