秘密★启用前

自贡市普高2024届第一次诊断性考试

数学试题 （文史类）

本试卷共6页，23题（含选考题）.全卷满分150分.考试时间120分钟.

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3. 非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 选考题的作答：先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用2B铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内，写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是最符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-x-6<0\}$，$B=\{-2,0,2\}$，则 $A\cap B=$（　）

A．$\{-2,0\}$　　B．$\{-2,0,2\}$　　C．$\{-2,2\}$　　D．$\{0,2\}$

2. 已知复数 $z=\dfrac{3+i}{i}$，则复数 z 的共轭复数 $\overline{z}$ 在复平面内对应的点在（　）

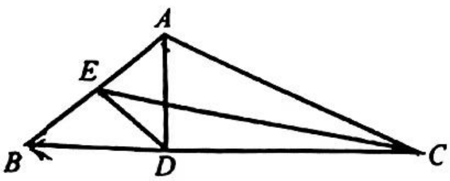
A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3. "$m>2$"是“关于x的方程 $x^2-\sqrt{m}x+1=0$ 有两个不等实根”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

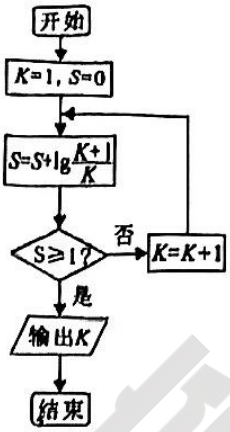
4. 如图所示的 ΔABC 中，点 D 是线段 BC 上靠近 B 的三等分点，点 E 是线段 AB 的中点，则 $\overrightarrow{DE}=$（　）



A．$-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$　　B．$-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

C．$-\frac{5}{6}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$　　D．$-\frac{5}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

5．执行下面的程序框图，则输出的 K 的值为（　）



A．8

B．9

C．10

D．11

6．体育强国的建设是2035年我国发展的总体目标之一．某学校安排周一至周五每天一小时课外活动时间，现统计得小明同学最近10周的课外体育运动时间(单位：小时/周)：6.5、6.3、7.8，9.2，5.7，7.9，8.1，7.2，5.8，8.3，则下列说法不正确的是（　）

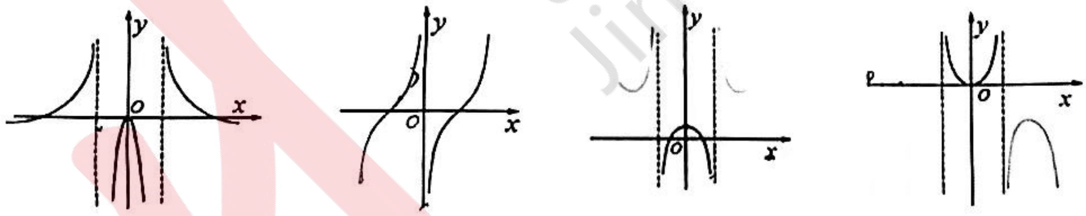
A．小明同学近10周的课外体育运动时间平均每天不少于1小时

B．以这10周数据估计小明同学一周课外体育运动时间大于8小时的概率为0

C．小明同学10周的课外体育运动时间的中位数为6.8

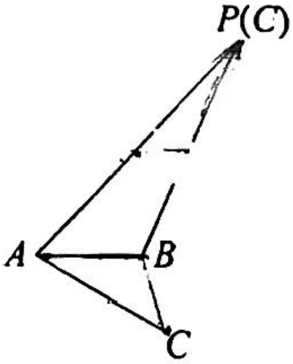
D．若这组数据同时增加0.5，则增加后的10个数据的极差、标准差与原数据的极差、标准差相比均无变化

7．函数 $y=\dfrac{\lg(1+x^2)}{\cos x}$ 的图象可能为（　）



A　　　　　　C　　　　　　D

8．$\triangle ABC$ 中，$AB=2, AC=3, BC=\sqrt{5}$，将 $\triangle ABC$ 绕 AB 旋转至 $\triangle ABP$ 处，使平面 $ABP\perp$ 平面 ABC，则多面体 $C-ABP$ 的外接球表面积为（　）



A．14π　　　　B．16π

C．18π　　　　D．20π

9. 南宋数学家杨辉在《详解九章算法》和《算法通变本末》中，提出了一些新的垛积公式，所讨论的高阶等差数列与一般等差数列不同，前后两项之差并不相等，但是逐项差数之差或者高次差成等差数列．对这类高阶等差数列的研究，在杨辉之后一般称为“垛积术”．现有高阶等差数列，其前7项分别为3，7，13，23，39，63，97，则该数列的第8项（　）

A．131　　B．139　　D．143

10．在$\triangle ABC$中角A、B、C所对边a、b、c满足$a=c-2a\cos B, c=5, 3a=2b$，则$a=$（　）

A．4　　B．5　　C．6　　D．6或$\frac{15}{2}$

11．定义在R上的奇函数$f(x)$满足$f(1+x)=f(1-x)$，且当$x\in[0,1]$时，$f(x)=\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{2}x$，则函数$g(x)=f(x)-\frac{1}{x-4}$在$[-2,10]$上所有零点的和为（　）

A．16　　B．32　　C．36　　D．48

12．若$a=\frac{1}{3}, b=\sin\frac{1}{3}, c=\frac{1}{\pi}$，则$a$、$b$、$c$满足的大小关系式是（　）

A．$a>b>c$　　B．$a<b<c$　　C．$a>c>b$　　D．$b>c>a$

二、填空题（本题共4小题，每小题5分，共20分.）

13．$\cos(-\frac{11}{6}\pi)=$________.

14．已知点$P(1,2), O(0,0)$，点$M(x,y)$满足$\begin{cases} x+y\le 6 \\ y-2x\le 3 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$，则$z=\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OM}$的最大值________.

15．若曲线$y=\ln x$的一条切线为$y=ex+b$，则$b=$________.

16．函数$f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{3})+\cos(\omega x-\frac{\pi}{6})(\omega>0)$将$f(x)$的图象上所有点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$（纵坐标不变）得到函数$g(x)$的图象，若$g(x)$在$(0,\frac{\pi}{18})$上恰有1个极值点，则$\omega$的最小整数值为______.

、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：（本大题共5小题，每小题12分，共60分）

17．（本小题满分12分）

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$a_1=1, S_n=\frac{1}{3}a_{n+1}$（$n\in\mathbf{N}^*$）．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）在数列$\{b_n\}$中，$b_n=a_n+\log_4 S_n$，求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n．

18．（本小题满分12分）

2025年我省将实行3+1+2的高考模式，其中，“3”为语文、数学，外语3门参加全国统一考试，选择性考试科目为政治、历史、地理、物理、化学，生物6门，由考生根据报考高校以及专业要求，结合自身实际，首先在物理，历史中2选1，再从政治、地理、化学、生物中4选2，形成自己的高考选考组合．

(1)若某学生根据方案进行随机选科，求该生恰好选到“历政地”组合的概率；

(2)由于物理和历史两科必须选择1科，某校想了解高一新生选科的需求．随机选取100名高一新生进行调查，得到如下统计数据，写出下列联表中a，d的值，并判断是否有95%的把握认为“选科与性别有关”？

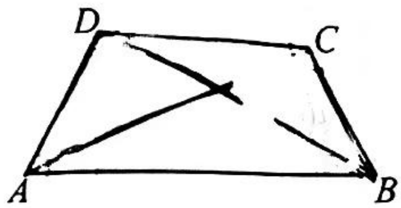
	选择物理	选择历史	合计
男生	a	10	
女生	30	d	
合计		30	

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$．

$P(K^2>k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

19.（本小题满分 12 分）

如图：在平面四边形 $ABCD$ 中,角 $\angle BAD=\frac{\pi}{3},\angle ADB=\frac{\pi}{2}$，$BC=2,CD=3$.设 $\angle BCD=\theta$.

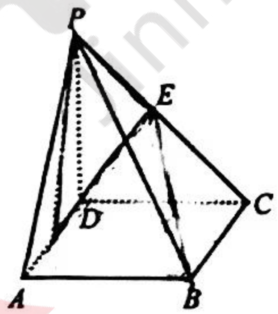


（1）用 θ 表示四边形 $ABCD$ 对角线 AC 的长；

（2）是否存在 θ 使四边形 $ABCD$ 对角线 AC 最长，若存在求出 $\cos\theta$ 及四边形对角线 AC 最长的值，若不存在请说明理由.

20.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形，侧棱 $PD\perp$ 底面 $ABCD$, E、F 分别是 PC、AD 中点.



（1）判断直线 DE 与平面 PFB 的位置关系；

（2）若 PB 与平面 $ABCD$ 所成角为45°，$AB=2$,求 E 到平面 PFB 的距离.

21.（本小题满分 12 分）

函数 $f(x)=e^x-\ln x$ 的最小值为 m.

（1）判断 m 与 2 的大小，并说明理由；

（2）求函数 $g(x)=\ln x-\dfrac{e^x}{e^m}$ 的最大值.

（二）选考题：共 10 分．请考生在（22）、（23）两题中任选一题作答，如果多答，则按做的第一题记分．作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号的方框涂黑．

22．选修 4—4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程 $\begin{cases} x=2\cos\alpha \\ y=\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 为参数）．直线 l 的参数方程.为以 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系．直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta+\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

（1）求曲线 C 和直线 l 的普通方程；

（2）设点 A 的极坐标为 $(2,\dfrac{\pi}{6})$，曲线 C 和直线 l 的相交于 P、Q，求 $\triangle APQ$ 的面积.

23．选修 4—5：不等式选讲

设 $f(x)=|x+1|+|x-2|$.

（1）求 $f(x)\le x+5$ 的解集；

（2）若不等式 $f(x)\ge\dfrac{|a+1|+|3a-1|}{}$ 对任意实数 $a\ne0$ 恒成立，求实数 x 的取值范围.