泸州市高2021级第一次教学质量诊断性考试

数　学（理科）

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至4页共150分．考试时间120分钟．

注意事项：

1．答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置．

2．选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题的答案标号涂黑．

3．填空题和解答题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内，作图题可先用铅笔绘出，确认后再用0.5毫米黑色签字笔描清楚，写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效．

4．考试结束后，请将本试题卷和答题卡一并上交．

第Ⅰ卷（选择题　共60分）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $A=\left\{x\middle|x=k+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，$B=\left\{x\middle|x=\frac{1}{2}k+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则（　　）

A．$B\subseteq A$　　B．$A\subseteq B$　　C．$A=B$　　D．$A\bigcap B=\varnothing$

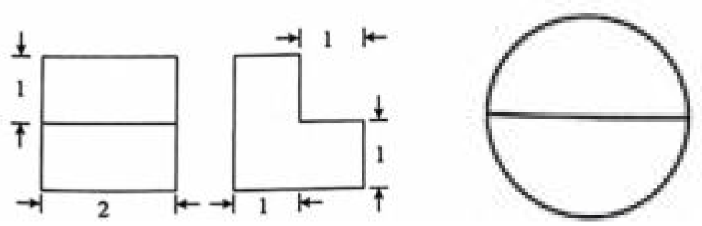
2．已知命题 $p:\forall x\in\mathrm{R}$，$x^2+\frac{1}{x^2}>2$，命题 $q:\exists x_0\in\mathrm{R}$，$\ln x_0=-2$，则下列命题是真命题的为（　　）

A．$(\neg p)\wedge q$　　B．$p\wedge q$　　C．$p\wedge(\neg q)$　　D．$(\neg p)\wedge(\neg q)$

3．函数 $y=-x$ 的图象与函数 $f(x)=2^x$，$g(x)=\log_2 x$，$h(x)=x^3$ 的图象交点的横坐标分别为 a，b，c，则（　　）

A．$a<b<c$　　B．$b<a<c$　　C．$c<b<a$　　D．$a<c<b$

4．已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）



正视图　　侧视图　　俯视图

A．$\frac{\pi}{2}$　　B．$\frac{3\pi}{2}$　　C．2π　　D．4π

5．“碳中和”是指企业、团体或个人通过植树造林、节能减排等形式，抵消自身产生的二氧化碳排放量，实现二氧化碳“零排放”．某地区二氧化碳的排放量 S（亿吨）与时间 t（年）满足函数关系式 $S=ab^t$，已知经过

4年，该地区二氧化碳的排放量为$\dfrac{3a}{4}$（亿吨）．若该地区通过植树造林、节能减排等形式抵消自身产生的二氧化碳排放量为$\dfrac{a}{3}$（亿吨），则该地区要实现“碳中和”，至少需要经过（　　）（参考数据：$\lg 2\approx 0.30$，$\lg 3\approx 0.48$）

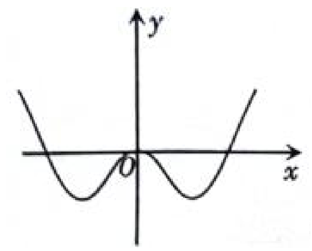
A．13年　　B．14年　　C．15年　　D．16年

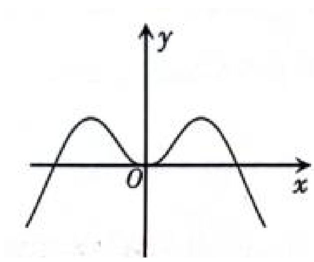
6．“$\sin(\alpha-\beta)=0$”是“$\tan\alpha=\tan\beta$”的（　　）

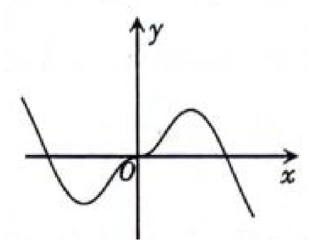
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

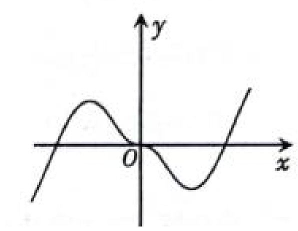
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．函数$f(x)=\dfrac{2^x-1}{2^x+1}\cdot\sin x$的图象大致为（　　）

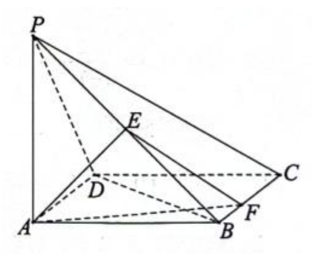
A．

B．

C．

D．

8．如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为正方形，$PA\perp$底面$ABCD$，$PA=AB$，E为线段PB的中点，F为线段BC上的动点，则下列结论一定正确的是（　　）



A．平面$AEF\perp$平面PBC　　B．平面$AEF\perp$平面$ABCD$

C．直线$EF//$平面PCD　　D．直线$EF\perp$平面PAB

9．若$\cos(\alpha+\beta)=-\dfrac{11}{14}$，$\cos\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{14}$，则$\cos(2\alpha-2\beta)=$（　　）

A．$\dfrac{6}{7}$　　B．$\dfrac{13}{14}$　　C．$\dfrac{71}{98}$　　D．$-\dfrac{7}{9}$

10．已知菱形$ABCD$的边长为6，$\angle BAD=60^\circ$，将$\triangle BCD$沿对角线BD翻折，使点C到点P处，且二面角$A-BD-P$为120°，则此时三棱锥$P-ABD$的外接球的表面积为（　　）

A．21π　　B．$28\sqrt{21}\pi$　　C．52π　　D．84π

11．已知函数 $f(x)=2\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$ 上存在最值，且在 $\left(\frac{2\pi}{3},\pi\right)$ 上单调，则 ω 的取值范围是（　　）

A．$\left(0,\frac{2}{3}\right)$　　B．$\left[\frac{11}{4},\frac{17}{3}\right]$　　C．$\left[1,\frac{5}{3}\right]$　　D．$\left[\frac{5}{2},\frac{8}{3}\right]$

12．已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)+f(x)=0$，当 $x\in[0,1]$ 时，$f(x)=2^x-1$，给出下列结论：

（1）函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(2,0)$ 对称；　　（2）函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=3$ 对称；

（3）函数 $f(x)$ 在 $(1,3)$ 上是增函数；　　（4）$f(6)<f(5.5)<f(-7)$．

其中正确结论的个数为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

第Ⅱ卷（非选择题　共 90 分）

注意事项：

（1）非选择题的答案必须用 0.5 毫米黑色签字笔直接答在答题卡上，作图题可先用铅笔绘出，确认后再用 0.5 毫米黑色签字笔描清楚，答在试题卷和草稿纸上无效．

（2）本部分共 10 个小题，共 90 分．

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．把答案填在答题纸上）．

13．若函数 $f(x)$ 对一切实数 x，y 都满足 $f(x+y)-f(y)=(x+2y)x$ 且 $f(1)=0$，则 $f(0)=$__________．

14．已知一个圆锥的体积为 3π，其侧面积是底面积的 2 倍，则其底面半径为__________．

15．函数 $f(x)=\frac{x-2}{x-1}(x\in[0,1)\cup(1,2])$ 与函数 $y=2\sin\pi x+1(0\le x\le 4)$ 的图象的所有交点的横坐标与纵坐标之和等于__________．

16．过点 $(0,m)$ 有两条直线与曲线 $y=\frac{1}{x}+\ln x$ 相切，则实数 m 的取值范围是__________．

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17．（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=2\sin^2\omega x+2\sqrt{3}\sin\omega x\cos\omega x-1(\omega>0)$ 的相邻两对称轴间的距离为 π．

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（Ⅱ）将函数 $f(x)$ 图象上点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，再向右平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个单位长度得到函数

$g(x)$的图象，若$g\left(2\theta+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{2}{7}$，$\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，求$\sin\theta$的值.

18.（本小题满分12分）

已知$x=\frac{3}{2}$是函数$f(x)=x^2-11x+a\ln x$的极值点.

（Ⅰ）求a的值；

（Ⅱ）若函数$f(x)$在$(1,c)$上存在最小值，求c的取值范围.

19.（本小题满分12分）

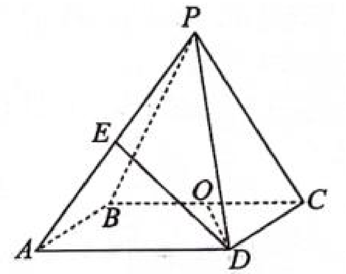
$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$12b\sin B=c\sin A\cos B+a\sin B\cos C$.

（Ⅰ）求$\frac{a}{b}$的值；

（Ⅱ）若$a=6$，AD为$\triangle ABC$的内角平分线，且$AD=CD$，求$\cos C$的值.

20.（本小题满分12分）

如图，四棱锥$P-ABCD$的底面$ABCD$是正方形，平面$PBC\perp$平面$ABCD$，O，E分别是BC，PA的中点，平面α经过点O，D，E与棱PB交于点F，$PB=PC=CD=2$.



（Ⅰ）求$\frac{PF}{FB}$的值；

（Ⅱ）求直线AF与平面CDE所成角的余弦值.

21.（本小题满分12分）

已知函数$f(x)=a\sin 2x-2x\left(x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\right)$，且$f(x)<0$恒成立.

（Ⅰ）求实数a的最大值；

（Ⅱ）若函数$m(x)=f(x)+\tan x$有两个零点，求实数a的取值范围.

（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分10分）选修4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系xOy中，以坐标原点O为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线C_1的极坐标方程为

$\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，曲线$C_2:\begin{cases}x=1+\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数）.

（Ⅰ）求C_2的极坐标方程；

（Ⅱ）已知点$M(2,0)$，曲线C_3的极坐标方程为$\theta=\dfrac{\pi}{3}$，C_3与C_1的交点为P，与C_2的交点为O，Q，求$\triangle MPQ$的面积.

23.（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

已知函数$f(x)=|x|+|x-2|-1$.

（Ⅰ）求不等式$f(x)\le 5$的解集；

（Ⅱ）若函数$f(x)$的最小值为m，且$a+b=m$（$a>0$，$b>0$）. 求证：$\dfrac{a^2}{a+1}+\dfrac{b^2}{b+1}\ge\dfrac{1}{3}$.