文科数学

(考试时间:120分钟　　全卷满分:150分)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必用黑色签字笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上,并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目,在规定的位置贴好条形码.

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.

3. 考试结束后,将答题卡交回.

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项符合要求.

1. 设集合$A=\{x|-5<x<2\}$,$B=\{x|-3<x<3\}$,则$A\cap B=$

A. $\{x|-3<x<2\}$　B. $\{x|-5<x<2\}$　C. $\{x|-3<x<3\}$　D. $\{x|-5<x<3\}$

2. 已知i为虚数单位,且$z=\dfrac{2i}{1+i^3}$,则$z=$

A. $1-i$　B. $-1+i$　C. $1+i$　D. $-1-i$

3. 设函数$f(x)=3^{x+1}$,则$f(\log_3 8)=$

A. 8　B. 9　C. 11　D. 24

4. 从某中学甲、乙两班各随机抽取10名同学的数学成绩,所得数据用茎叶图表示如下. 由此可估计甲,乙两班同学的数学成绩情况,则下列结论不正确的是

A. 甲班数学成绩的极差比乙班大

B. 甲班数学成绩的中位数比乙班大

C. 甲班数学成绩的平均值比乙班小

D. 甲班数学成绩的方差比乙班小

甲班		乙班
1	5	1 2
3 2 0	6	3 3 7
6 3 3	7	2
2 1	8	1 2 3
3	9	2

5. 下列函数中,既是奇函数又是增函数的是

A. $y=|x|$　B. $y=x^3$　C. $y=\log_2 x$　D. $y=\tan x$

6. 已知点(x,y)满足不等式组$\begin{cases}x+y-4\leqslant 0\\x-y+2\geqslant 0\\y\geqslant 1\end{cases}$,则$z=2x+y$的最小值为

A. -3　B. -1　C. 5　D. 7

7. 某种病毒的繁殖速度快、存活时间长,a个这种病毒在t天后将繁殖到$ae^{\lambda t}$个. 已知经过4天后病毒的数量会达到原来的2倍,且再过m天后病毒的数量将达到原来的16倍,则$m=$

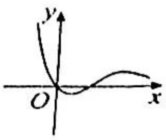
A. 4　B. 8　C. 12　D. 16

8. 已知S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和,若$a_1=1$,$S_n=\dfrac{1}{2}a_{n+1}$,则

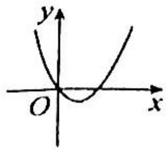
A. 数列$\{a_n\}$是等比数列　B. 数列$\{a_n\}$是等差数列

C. 数列$\{S_n\}$是等比数列　D. 数列$\{S_n\}$是等差数列

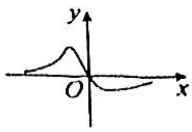
9. 函数$f(x)=\frac{x^4-4x}{e^x}$的图象大致是



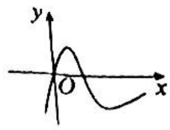
A.



B.



C.

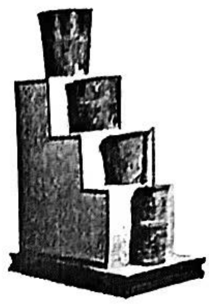


D.

10. 将函数$f(x)=\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$的图像向左平移$\frac{\pi}{2}$个单位长度后得到曲线$C$,若$C$关于原点对称,则$\omega$的最小值是

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $\frac{5}{3}$　　D. $\frac{11}{3}$

11. 漏刻是中国古代科学家发明的一种计时系统,"漏"是指带孔的壶,"刻"是指附有刻度的浮箭。《说文解字》中记载:"漏以铜壶盛水,刻节,昼夜百刻."某展览馆根据史书记载,复原唐代四级漏壶计时器.如图,计时器由三个圆台形漏水壶和一个圆柱形受水壶组成,水从最上层的漏壶孔流出,最终全部均匀流入受水壶.当最上层漏水壶盛满水时,漂浮在最底层受水壶中的浮箭刻度为0.当最上层漏水壶中水全部漏完时,漂浮在最底层受水壶中的浮箭刻度为100.已知最上层漏水壶口径与底径之比为5∶2,则当最上层漏水壶水面下降至其高度的三分之一时,浮箭刻度约为(四舍五入精确到个位)



A. 88　　B. 84　　C. 78　　D. 72

12. 已知函数$g(x)$为定义在R上的奇函数,$g(1)=1$,且$g(1+x)=g(1-x)$,$f(x)=g(3-x)+1$,则下列说法正确的个数为

①$g(-3)=g(5)$　②$g(2024)=0$　③$f(2)+f(4)=-4$　④$\sum_{n=1}^{2024}f(n)=2024$

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

二、填空题:本大题共4个小题,每小题5分,共20分

13. 已知$\overrightarrow{AC}=(2,1)$,$\overrightarrow{AB}=(1,t)$,且$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=3$,则$t=$ ________.

14. 若函数$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+ax-2\ln x$在$x=1$处的切线平行于$x$轴,则$a=$ ________.

15. 已知ΔABC的三个内角A、B、C所对应的边分别是a、b、c,其中A、C、B成等差数列,$a=2\sqrt{2}$,$\sin(C-A)=\cos B$,则ΔABC的面积为________.

16. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差为$\frac{2\pi}{3}$,集合$S=\left\{\sin a_n \middle| n\in N^*\right\}$,若$S=\{a,b\}$,则$a^2+b^2=$________.

三、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17-21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必做题:共60分.

17. (12分)

已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$a_2+a_7=9$,$S_9=45$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

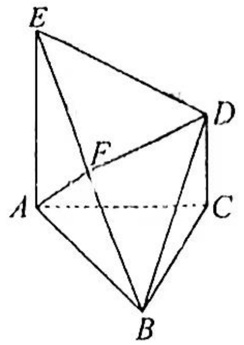
(2)若$b_n=2^n a_n$,求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n.

18. (12分)

如图所示，ΔABC是正三角形，$AE\perp$平面ABC，$AE\parallel CD$，$AE=AB=2$，$CD=1$，且F为BE的中点.

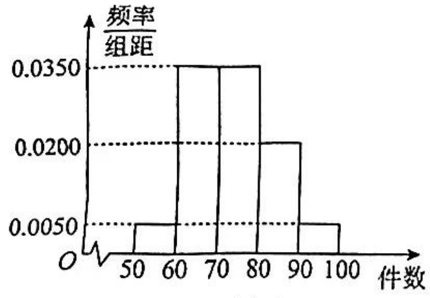
(1) 求证：$DF\parallel$平面ABC；

(2) 求三棱锥$F-ABD$的体积.

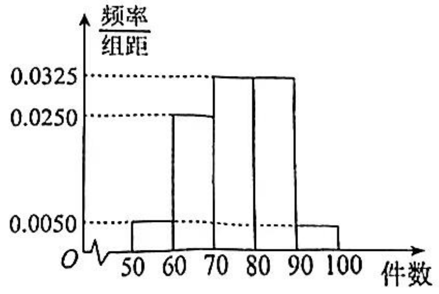


19. (12分)

某工厂有25周岁以上(含25周岁)工人200名，25周岁以下工人100名. 为研究工人的日平均生产量是否与年龄有关，现采用分层抽样的方法，从中抽取了120名工人，先统计了他们某月的日平均生产件数，然后按工人年龄在“25周岁以上(含25周岁)”和“25周岁以下”分为两组，再将两组工人的日平均生产件数分成5组：$[50,60)$，$[60,70)$，$[70,80)$，$[80,90)$，$[90,100]$，分别加以统计得到如图所示的频率分布直方图：



(25周岁以上组)



(25周岁以下组)

(1) 从样本中日平均生产件数不低于90件的工人中随机抽取2人，求至少抽到一名“25周岁以下”工人的概率；

(2) 规定日平均生产件数不少于80件者为“生产能手”，请根据已知条件填写2×2列联表，并判断是否有90%的把握认为“生产能手”与“工人所在的年龄组”有关？

	生产能手	非生产能手	合计
25周岁以上			
25周岁以下			
合计			

附：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.100	0.050	0.025	0.010
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},$$
其中$n=a+b+c+d$.

20．(12分)

已知函数$f(x)=\frac{\ln x}{x}+1$

(1) 求$f(x)$的极值；

(2) 证明：当$x>0$时，$f(x)\leqslant e^x-\frac{1}{x}$.

21．(12分)

已知抛物线$E:y^2=2px(p>0)$，$P(4,y_0)(y_0>0)$为E上一点，P到E的焦点F的距离为5.

(1) 求E的标准方程；

(2) 设O为坐标原点，A，B为抛物线E上异于P的两点，且满足$PA\perp PB$.

(ⅰ) 判断直线AB是否过定点，若过定点，求出定点的坐标；若不过定点，请说明理由；

(ⅱ) 求$|FA|\cdot|FB|$的最小值.

(二) 选做题：共10分.请考生在第22、23题中选一题作答.如果多做，则按所做的第一题计分.

22．(10分)[选修4－4：坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系xOy中，射线l的方程为$y=x(x\geqslant 0)$，曲线C的方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$. 以坐标原点为极点，x轴非负半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求射线l和曲线C的极坐标方程；

(2) 若射线l与曲线C交于点P，将射线OP绕极点按逆时针方向旋转$\frac{\pi}{2}$交C于点Q，求$\triangle POQ$的面积.

23．(10分)[选修4－5：不等式选讲]

已知函数$f(x)=|2x-1|+|2x+1|$.

(1) 求不等式$f(x)\geqslant 3$的解集；

(2) 记函数$f(x)$的最小值为m，若a,b,c均为正实数，且$a+2b+3c=m$，求$\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}$的最小值.