秘密 ★ 启用前 【考试时间：2023 年 10 月 31 日 15:00—17:00】

绵阳市高中 2021 级第一次诊断性考试

理科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．集合 $A=\{-2，-1，0，1，2，3\}$，集合 $B=\{x|x=2k-1，k\in \mathbf{N}\}$，则集合 $A\cap B$ 中元素的个数为

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

2．已知平面向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 45°，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2$，且$|\boldsymbol{a}|=2$，则$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=$

A．$-2\sqrt{2}$　　B．-2　　C．2　　D．$2\sqrt{2}$

3．已知 $a>b>0$，则下列关系式正确的是

A．若 $c<0$，则$|ac|<|bc|$　　B．若 $c>0$，则$\dfrac{c}{a}>\dfrac{c}{b}$

C．若 $c>0$ 且 $c\neq1$，则$c^a>c^b$　　D．若 $c>0$，则$a^c>b^c$

4．已知$5^a=10^b$，则$\dfrac{b}{a}=$

A．$1-\lg2$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\log_5 10$　　D．2

5．已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，“$y=f(x)+f(-x)$为偶函数”是“$f(x)$为偶函数”的

A．充分必要条件　　B．充分不必要条件

C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

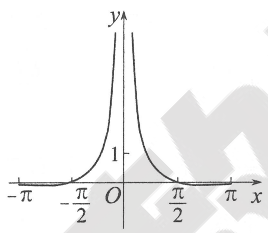
6．已知 α 为第三象限角，若 $\tan\alpha=3$，则 $\sin(\alpha-\dfrac{7\pi}{4})=$

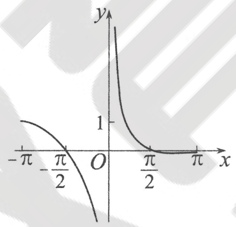
A．$-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　B．$-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\dfrac{\sqrt{5}}{10}$　　D．$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

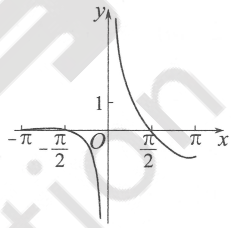
7．已知等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$2S_3=a_4-a_1$，且 $a_2+a_4=15$，则 $a_3+a_5=$

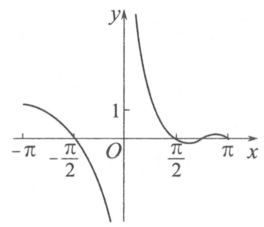
A．3　　B．5　　C．30　　D．45

8．已知函数 $f(x)=\dfrac{\cos x}{e^x-1}(-\pi\leqslant x\leqslant\pi$，且 $x\neq0)$，则其大致图象为


A．


B．


C．


D．

9．若函数 $f(x)=x^2-ax$ 与函数 $g(x)=\ln x+2x$ 在公共点处有相同的切线，则实数 $a=$

A．-2　　B．-1　　C．e　　D．-2e

10．命题 p：“若$\triangle ABC$ 与$\triangle DEF$ 满足：$AB=DE=x$，$BC=EF=2$，$\cos A=\cos D=\dfrac{4}{5}$，则$\triangle ABC\cong\triangle DEF$”．已知命题 p 是真命题，则 x 的值不可以是

A．1　　B．2　　C．$\dfrac{10}{3}$　　D．$\dfrac{7}{3}$

11．从社会效益和经济效益出发，某企业追加投入资金进行新兴产业进一步优化建设。根据规划，本年度追加投入 4000 万元，以后每年追加投入将比上年减少$\dfrac{1}{4}$，本年度企业在新兴产业上的收入估计为 2000 万元，由于该项建设对新兴产业的促进作用，预计今后的新兴产业收入每年会比上一年增加 1000 万元，则至少经过______年新兴产业的总收入才会超过追加的总投入．

A．6　　B．5　　C．4　　D．3

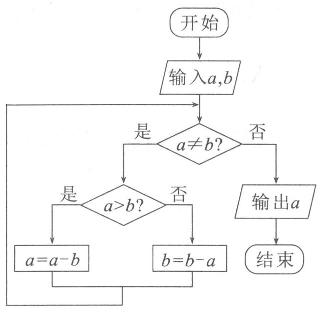
12．已知函数 $f(x)=4\cos(\omega x-\dfrac{\pi}{12})(\omega>0)$，$f(x)$ 在区间$[0，\dfrac{\pi}{3}]$上的最小值恰为$-\omega$，则所有满足条件的 ω 的积属于区间

A．$(1，4]$　　B．$[4，7]$

C．$(7，13)$　　D．$[13，+\infty)$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. “更相减损术”的算法思路源于我国古代数学名著《九章算术》．该算法的程序框图如图所示，若输入的 a，b 分别为 21，14，则输出的 $a=$_________.



14. 已知点 $M(-1,1)$，$N(-2,m)$，若向量 $\overrightarrow{MN}$ 与 $\boldsymbol{a}=(m,-2)$ 的方向相反，则 $|\boldsymbol{a}|=$_________.

15. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2, & x\geqslant 3,\\ (x-6)^2, & x<3,\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x)+\cos x-a=0$ 恰有 2 个不等实根，则整数 a 的最小值是_________.

16. 已知函数 $f(x)$，$g(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f(-x)=f(x+6)$，$f(2-x)+g(x)=4$，若 $g(x+1)$ 为奇函数，$f(2)=3$，则 $\sum_{k=1}^{31} g(k)=$_________.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 2，且 a_1，a_2，a_4 成等比数列.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n；

（2）若数列 $\{b_n\}$ 的首项 $b_1=1$，$b_n+b_{n+1}=(\sqrt{2})^{a_n}$，求数列 $\{b_{2n}\}$ 的通项公式.

18.（12 分）

已知函数 $f(x)=\tan(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的最小正周期为 $\frac{8\pi}{3}$，且 $f(\frac{\pi}{3})=1$.

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）函数 $y=g(x)$ 的图象是由函数 $y=f(x)$ 的图象向左平移 $\lambda(\lambda>0)$ 个单位长度得到，若 $g(\frac{\pi}{4})=-f(0)$，求 λ 的最小值.

19.（12 分）

函数 $f(x)=(2x^2+m)(x-m+2)$.

（1）若 $f(x)$ 为奇函数，求实数 m 的值；

（2）已知 $f(x)$ 仅有两个零点，证明：函数 $y=f(x)-3$ 仅有一个零点.

20.（12 分）

在斜三角形 ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，已知 $\cos(C-B)\sin A=\cos(C-A)\sin B$.

（1）证明：$A=B$；

（2）若△ABC 的面积 $S=\frac{a}{2}$，求 $\frac{1}{c^2}-\frac{1}{a^2}$ 的最小值.

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=(\ln x-2x+a)\ln x$.

（1）当 $a=2$ 时，求 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)\leqslant\frac{e^x}{x}-x^2+ax-a$，求实数 a 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题做答．如果多做，则按所做的第一题记分.

22. **[选修 4—4：坐标系与参数方程]**（10 分）

已知曲线 C_1，C_2 的参数方程分别为 C_1：$\begin{cases}x=t+\frac{1}{t}\\ y=t-\frac{1}{t}\end{cases}$（$t$ 为参数），C_2：$\begin{cases}x=2+2\cos\alpha\\ y=2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数）.

（1）将 C_1，C_2 的参数方程化为普通方程；

（2）以坐标原点 O 为极点，以 x 轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系．若射线：$\theta=\frac{\pi}{6}$ 与曲线 C_1，C_2 分别交于 A，B 两点（异于极点），点 $P(2,0)$，求△PAB 的面积.

23. **[选修 4—5：不等式选讲]**（10 分）

已知函数 $f(x)=|3x+3|-|x-5|$.

（1）求不等式 $f(x)>0$ 的解集 M；

（2）若 m 是 $f(x)$ 的最小值，且正数 a，b，c 满足 $a+b+c+m=0$，证明：$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\geqslant\frac{3}{4}$.