成都七中高 2024 届高三上入学考试数学试题　文科

一、单选题（60 分）

1．设集合 A={-1，0，1，2，3}，B={x|x∈A 且-x∈A}，则集合 B 中元素的个数为（　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

2．欧拉公式 $e^{ix}=\cos x+i\sin x$（其中 i 是虚数单位，e 是自然对数的底数）是数学中的一个神奇公式．根据欧拉公式，复数 $z=e^{i}$ 在复平面上所对应的点在（　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．椭圆 $\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{4}=1$ 的焦距是 2，则 m 的值为（　）

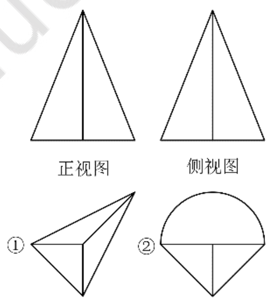
A．5　　B．3　　C．5 或 3　　D．20

4.已知幂函数 $f(x)=x^{\frac{m}{n}}(m,n\in\mathbf{Z})$，下列能成为“$f(x)$ 是 **R** 上奇函数”充分条件的是（　）

A．$m=-3$，$n=1$　　B．$m=1$，$n=2$

C．$m=2$，$n=3$　　D．$m=1$，$n=3$

5．某几何体的正视图与侧视图如图所示：则下列两个图形①②中，可能是其俯视图的是



A．①②都可能　　B．①可能，②不可能

C．①不可能，②可能　　D．①②都不可能

6.若实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+2y-4\le 0\\2x+y+2\ge 0\\y\ge -1\end{cases}$，则 $z=3x-y$ 的最大值为（　）

A．$-\frac{1}{2}$　　B．19　　C．26　　D．$-\frac{34}{3}$

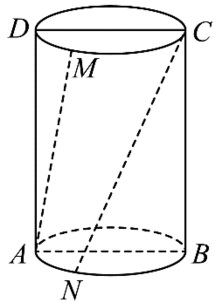
7.如图，一个质点在随机外力的作用下，从原点 0 出发，每隔 1s 等可能地向左或向右移动一个单位，则移动 3 次后质点位于 1 的位置的概率是（　）

A．$\frac{1}{8}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{3}{8}$　　D．$\frac{3}{4}$

8．已知 $\vec{a},\vec{b}$ 是两个非零向量，设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{CD}=\vec{b}$．给出定义：经过 $\overrightarrow{AB}$ 的起点 A 和终点 B，分别作 $\overrightarrow{CD}$ 所在直线的垂线，垂足分别为 A_1,B_1，则称向量 $\overrightarrow{A_1B_1}$，为 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影向量．已知 $\vec{a}=(1,0),\vec{b}=(\sqrt{3},1)$，则 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影向量为（　）

A．$\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$　　B．$\left(1,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$　　C．$\left(\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$　　D．$\left(\frac{3}{4},\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

9．如图，圆柱的轴截面为矩形 $ABCD$，点 M，N 分别在上、下底面圆上，$NB=2AN$，$CM=2DM$，$AB=2$，$BC=3$，则异面直线 AM 与 CN 所成角的余弦值为（　）



A．$\dfrac{3\sqrt{30}}{10}$　　B．$\dfrac{3\sqrt{30}}{20}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{5}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

10．若 $\dfrac{1}{2}\log_3 a+3^a-1=\log_9 b+9^b$，则（　）

A．$a>2b$　　B．$a<2b$　　C．$a>b^2$　　D．$a<b^2$

11．筒车是我国古代发明的一种水利灌溉工具，因其经济又环保，至今还在农业生产中得到使用(图1).明朝科学家徐光启在《农政全书》中用图画描绘了筒车的工作原理(图2).假定在水流量稳定的情况下，筒车上的每一个盛水筒都做逆时针匀速圆周运动，筒车转轮的中心 O 到水面的距离 h 为1.5m，筒车的半径 r 为2.5m，筒车转动的角速度 ω 为 $\dfrac{\pi}{12}$ rad/s，如图3所示，盛水桶 M(视为质点)的初始位置 P_0 距水面的距离为3m，则3s后盛水桶 M 到水面的距离近似为$\left(\sqrt{2}\approx1.414,\sqrt{3}\approx1.732\right)$（　）


图1


图2

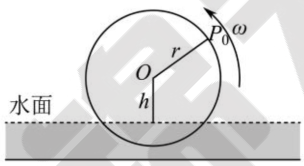
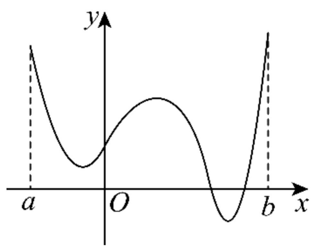


图3

A．4.0m　　B．3.8m　　C．2.5m　　D．2.4m

12．函数 $f(x)$ 的图像如图所示，已知 $f(0)=2$，则方程 $f(x)-xf'(x)=1$ 在 (a,b) 上有（　）个非负实根.



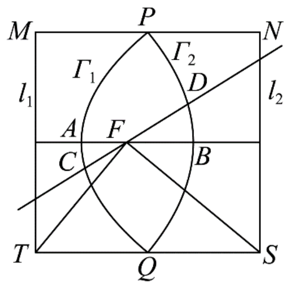
A．0　　B．1　　C．2　　D．3

二、填空题（20分）

13．命题 p：“$\exists x_0\in \mathbf{R}, e^{x_0}-x_0-1\le 0$”则 $\neg p$ 为____________.

14．已知函数 $f(x)=\begin{cases} e^{x-1}, x\le 2 \\ 2f(x-2), x>2 \end{cases}$，则 $f(7)=$________.

15．在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 的对边长分别为 a,b,c，且 $\tan A+3\tan(A+B)=0$，$a^2-c^2=2b$，则 b 的值为_____.



16．如图抛物线Γ_1的顶点为A，焦点为F，准线为l_1，焦准距为 4；抛物线Γ_2的顶点为B，焦点也为F，准线为l_2，焦准距为 6．Γ_1和Γ_2交于P、Q两点，分别过P、Q作直线与两准线垂直，垂足分别为M、N、S、T，过F的直线与封闭曲线$APBQ$交于C、D两点，则下列说法正确的是_________

①$|AB|=5$　　　　②四边形$MNST$的面积为$40\sqrt{6}$

③$\overrightarrow{FS}\cdot\overrightarrow{FT}=0$　　　　④$|CD|$的取值范围为$\left[5,\dfrac{25}{3}\right]$

三、解答题（70 分）

17．（12 分）新冠状病毒严重威胁着人们的身体健康，我国某医疗机构为了调查新冠状病毒对我国公民的感染程度，选了某小区的100位居民调查结果统计如下：

	感染	不感染	合计
年龄不大于50岁			80
年龄大于50岁	10		
合计		70	100

（1）根据已知数据，把表格数据填写完整；

（2）能否在犯错误的概率不超过5%的前提下认为感染新冠状病与不同年龄有关？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$．

$P(K^2\geq k)$	0.100	0.050	0.025	0.010
k	2.706	3.841	5.024	6.635

18．（12 分）已知矩形$ABCD$中，$AB=2$，$BC=2\sqrt{3}$，M,N分别为AD,BC中点，O为对角线AC,BD交点，如图 1 所示．现将ΔOAB和ΔOCD剪去，并将剩下的部分按如下方式折叠：沿MN将$\triangle AOD$，ΔBOC折叠，并使OA与OB重合，OC与OD重合，连接MN，得到由平面OAM，OBN，ODM，OCN围成的无盖几何体，如图 2 所示．

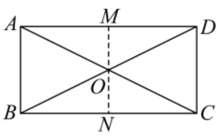


图1

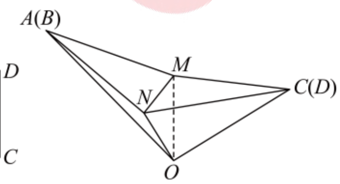


图2

(1)求证：$MN\perp$平面OAC；

(2)求此多面体体积V的最大值．

19．（12 分）记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $a_1>0$，已知 $\frac{S_{n+1}}{a_{n+1}}-\frac{S_n}{a_n}=\frac{1}{2}$.

(1)若 $a_1=1$，求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)若 $\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\cdots+\frac{1}{S_n}<1$ 对任意 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立，求 a_1 的取值范围.

20．已知函数 $f(x)=a\ln x-ax+1$，$a\in\mathrm{R}$.

(1)若经过点 $(0,0)$ 的直线与函数 $f(x)$ 的图像相切于点 $(2,f(2))$，求实数 a 的值；

(2)设 $g(x)=f(x)+\frac{1}{2}x^2-1$，若 $g(x)$ 有两个极值点为 x_1，$x_2(x_1\neq x_2)$，且不等式 $g(x_1)+g(x_2)<\lambda(x_1+x_2)$ 恒成立，求实数 λ 的取值范围.

21．（12 分）已知双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{2}$，左焦点 F 到双曲线 E 的渐近线的距离为 $\sqrt{2}$，过点 F 作直线 l 与双曲线 C 的左、右支分别交于点 A 、 B，过点 F 作直线 l_2 与双曲线 E 的左、右支分别交于点 C 、 D，且点 B 、 C 关于原点 O 对称.

(1)求双曲线 E 的方程；

(2)设 $B(x_0,y_0)$，试用 x_0 表示点 A 的横坐标；

(3)求证：直线 AD 过定点.

注：22 与 23 是选做题，2 选 1，均为 10 分

22．在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\dfrac{2-2s^2}{1+s^2},\\ y=\dfrac{4\sqrt{2}s}{1+s^2}.\end{cases}$（$s$ 为参数），直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=-1+t\cos\alpha\\ y=2+t\sin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数）.

(1)求 C 和 l 的直角坐标方程；

(2)若曲线 C 截直线 l 所得线段 AB 的中点坐标为 $(-1,2)$，求 α.

23．已知 $a>0,b>0,c>0,ab+bc+ca=3$.

(1)求 $a^3+b^3+c^3$ 的最小值 M；

(2)关于 x 的不等式 $|x-m|-|x+1|>M$ 有解，求实数 m 的取值范围.