成都市2020级高中毕业班第三次诊断性检测

数　学(文科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1至3页,第Ⅱ卷(非选择题)3至4页,共4页,满分150分,考试时间120分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用0.5毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第Ⅰ卷　(选择题,共60分)

一、选择题: 本大题共12小题,每小题5分,共60分．在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的．

1. 设集合 $A=\{x\in\mathbf{N}\mid |x|\leqslant 2\}$,$B=\{2,4\}$,则 $A\cup B=$

(A) $\{0,2\}$　　(B) $\{-2,-1,0,1,2,4\}$
(C) $\{0,1,2,4\}$　　(D) $\{1,2,4\}$

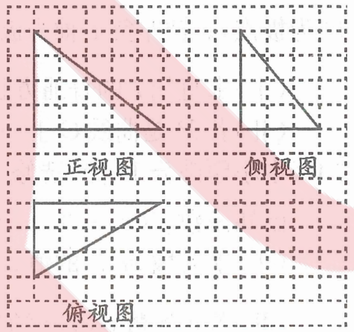
2. 命题"$\forall x\in\mathbf{R},x^2+x-1\leqslant 0$"的否定是

(A) $\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2+x_0-1\leqslant 0$　　(B) $\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2+x_0-1>0$
(C) $\forall x\in\mathbf{R},x^2+x-1>0$　　(D) $\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2+x_0-1\geqslant 0$

3. 已知双曲线 C 经过点 $(4,2)$,且与双曲线 $\frac{x^2}{2}-y^2=1$ 具有相同的渐近线,则双曲线 C 的标准方程为

(A) $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$　　(B) $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$
(C) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$　　(D) $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{12}=1$

4. 如图是某三棱锥的三视图,已知网格纸的小正方形边长是1,则这个三棱锥中最长棱的长为

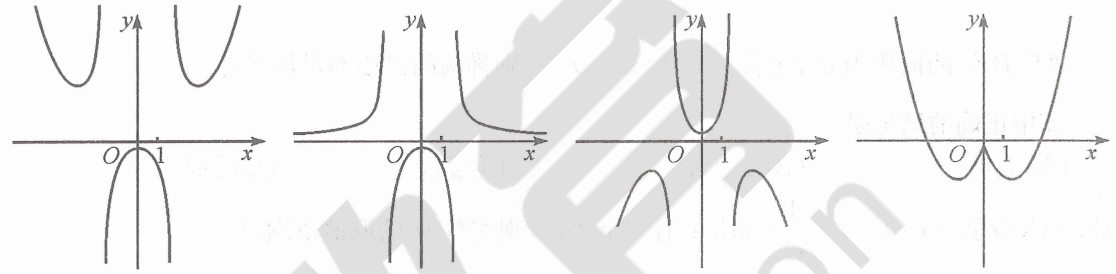


(A) 5
(B) $\sqrt{34}$
(C) $\sqrt{41}$
(D) 7

5. 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.若 $S_{2023}=2023$,则 a_{1012} 的值为

(A) 1　　(B) 2　　(C) 1012　　(D) 2023

6. 函数 $f(x)=\frac{e^{|x|}}{x^2-3}$ 的图象大致为



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

7. 一次数学考试后,某班级平均分为110分,方差为 s_1^2.现发现有两名同学的成绩计算有误,甲同学成绩被误判为113分,实际得分为118分;乙同学成绩误判为120分,实际得分为115分.更正后重新计算,得到方差为 s_2^2,则 s_1^2 与 s_2^2 的大小关系为

(A) $s_1^2=s_2^2$　　(B) $s_1^2>s_2^2$　　(C) $s_1^2<s_2^2$　　(D) 不能确定

8. 已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是两个非零向量,设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{b}$.给出定义:经过 $\overrightarrow{AB}$ 的起点 A 和终点 B,分别作 $\overrightarrow{CD}$ 所在直线的垂线,垂足分别为 A_1,B_1,则称向量 $\overrightarrow{A_1B_1}$ 为 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量.已知 $\boldsymbol{a}=(1,0)$,$\boldsymbol{b}=(\sqrt{3},1)$,则 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量为

(A) $(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$　　(B) $(1,\frac{\sqrt{3}}{3})$　　(C) $(\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$　　(D) $(\frac{3}{4},\frac{\sqrt{3}}{4})$

9. 世界大学生运动会(简称大运会)由国际大学生体育联合会主办,每两年举办一届,是规模仅次于奥运会的世界综合性运动会,第31届大运会将于2023年7月28日至8月8日在成都召开.为办好本届大运会,组委会精心招募了一批志愿者,现准备将甲、乙两名志愿者安排进"东安湖体育公园","凤凰山体育公园","四川省体育馆"工作,每人只能在一个场馆工作.若每位志愿者被分到各个场馆的可能性相同,则甲,乙两人被安排在同一个场馆的概率为

(A) $\frac{2}{9}$　　(B) $\frac{2}{3}$　　(C) $\frac{1}{3}$　　(D) $\frac{1}{2}$

10. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{3})(\omega>0)$,当 $|f(x_1)-f(x_2)|=2$ 时,$|x_1-x_2|$ 的最小值为 $\frac{\pi}{2}$.若将函数 $f(x)$ 的图象上各点的横坐标伸长为原来的2倍,纵坐标不变,然后再将得到的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度,得到函数 $g(x)$ 的图象,则不等式 $g(x)\geqslant\frac{1}{2}$ 的解集为

(A) $[\frac{\pi}{6}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi](k\in\mathbf{Z})$　　(B) $[\frac{\pi}{3}+2k\pi,\frac{2\pi}{3}+2k\pi](k\in\mathbf{Z})$
(C) $[\frac{\pi}{12}+k\pi,\frac{5\pi}{12}+k\pi](k\in\mathbf{Z})$　　(D) $[\frac{\pi}{6}+2k\pi,\frac{5\pi}{6}+2k\pi](k\in\mathbf{Z})$

11. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，直线 $y=kx$ $(k\neq0)$ 与椭圆 C 相交于 A，B 两点. 有下列结论：①四边形 AF_1BF_2 为平行四边形；②若 $AE\perp x$ 轴，垂足为 E，则直线 BE 的斜率为 $\frac{1}{2}k$；③若 $|OA|=c$（O 为坐标原点），则四边形 AF_1BF_2 的面积为 b^2；④若 $|AF_1|=2|AF_2|$，则椭圆的离心率可以是 $\frac{2}{3}$.

其中正确的结论是

(A) ①④　　(B)①②④　　(C)①②③　　(D)②④

12. 已知函数 $f(x)=x-\frac{1}{x}-m\ln x$ 有三个零点，则实数 m 的取值范围是

(A)$(4,+\infty)$　　(B)$(3,+\infty)$　　(C)$(\mathrm{e},+\infty)$　　(D)$(2,+\infty)$

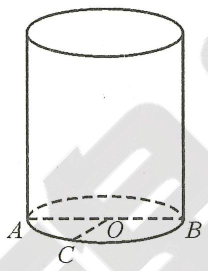
第Ⅱ卷　（非选择题，共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 已知复数 $z=(a+\mathrm{i})(2+\mathrm{i})$ 是纯虚数（i 为虚数单位），则实数 a 的值为______.

14. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_2=3$，$a_6=27$，则 a_8 的值为______.

15. 如图，AB 为圆柱下底面圆 O 的直径，C 是下底面圆周上一点，已知 $\angle AOC=\frac{\pi}{3}$，$OA=2$，圆柱的高为 5. 若点 D 在圆柱表面上运动，且满足 $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CD}=0$，则点 D 的轨迹所围成图形的面积为______.



16. 已知 $A(9,3\sqrt{3})$，$M(m,n)$ 是圆 $O:x^2+y^2=9$ 内一点，对圆 O 上任意一点 P 都有 $\frac{|PM|}{|PA|}$ 为定值，则 mn 的值为______.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 12 分）

某旅游公司针对旅游复苏设计了一款文创产品来提高收益. 该公司统计了今年以来这款文创产品定价 x（单位：元）与销量 y（单位：万件）的数据如下表所示：

产品定价 x（单位：元）	9	9.5	10	10.5	11
销量 y（单位：万件）	11	10	8	6	5

（Ⅰ）依据表中给出的数据，判断是否可用线性回归模型拟合 y 与 x 的关系，请计算相关系数并加以说明（计算结果精确到 0.01）；

（Ⅱ）建立 y 关于 x 的回归方程，预测当产品定价为 8.5 元时，销量可达到多少万件.

参考公式：$r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$，$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

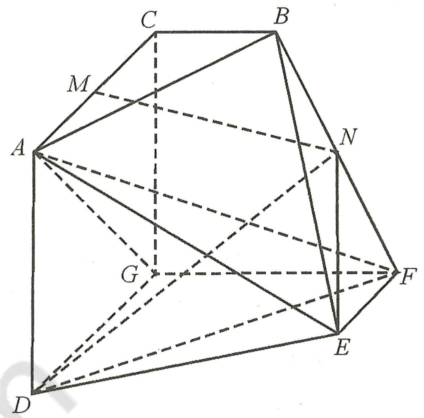
参考数据：$\sqrt{65}\approx8.06$.

18.（本小题满分 12 分）

如图，在多面体 $ABCDEFG$ 中，已知 $ADGC$ 是正方形，$GD\parallel EF$，$GF\parallel BC$，$FG\perp$ 平面 $ADGC$，M，N 分别是 AC，BF 的中点，且 $BC=EF=\frac{1}{2}CG=\frac{1}{2}FG$.

（Ⅰ）求证：$MN\parallel$ 平面 AFG；

（Ⅱ）已知 $BC=1$，求三棱锥 $E-DFN$ 的体积.



19.（本小题满分 12 分）

在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $\sqrt{3}c+a=b\cos C-c\cos B$.

（Ⅰ）求角 B 的大小；

（Ⅱ）若 D 是 AC 边上一点，且 $BD=CD=\frac{1}{3}b$，求 $\cos\angle BDA$.

20.（本小题满分 12 分）

已知斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线 l 与抛物线 $C:y^2=4x$ 相交于 P，Q 两点.

（Ⅰ）求线段 PQ 中点纵坐标的值；

（Ⅱ）已知点 $T(\sqrt{3},0)$，直线 TP，TQ 分别与抛物线相交于 M，N 两点（异于 P，Q）. 则在 y 轴上是否存在一定点 S，使得直线 MN 恒过该点？若存在，求出点 S 的坐标；若不存在，请说明理由.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=ax^2-x\sin x$，其中 $a\geqslant0$.

（Ⅰ）当 $a=0$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(\pi,0)$ 处的切线方程；

（Ⅱ）若 $x=0$ 是函数 $f(x)$ 的极小值点，求 a 的取值范围.

请考生在第 22，23 题中任选择一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分. 作答时，用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22.（本小题满分 10 分）选修 4－4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+t,\\ y=2-\frac{2t}{3}\end{cases}$（$t$ 为参数）. 以坐标原点 O 为极点，x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2=\frac{4}{1+3\sin^2\theta}$.

（Ⅰ）求直线 l 的普通方程与曲线 C 的直角坐标方程；

（Ⅱ）若 P 是曲线 C 上一点，Q 是直线 l 上一点，求 $|PQ|$ 的最小值.

23.（本小题满分 10 分）选修 4－5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=3\sqrt{x^2-4x+4}+|x-m|$，且不等式 $f(x)<3$ 的解集为 $(1,n)$.

（Ⅰ）求实数 m，n 的值；

（Ⅱ）若正实数 a，b，c 满足 $a^2+b^2+c^2=m$，证明：$\frac{a^4}{b^2+1}+\frac{b^4}{c^2+1}+\frac{c^4}{a^2+1}\geqslant\frac{1}{4}$.