秘密 ★ 启用前 【考试时间：2022 年 11 月 1 日 15：00—17：00】

绵阳市高中 2020 级第一次诊断性考试

文科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x\mid x^2\leqslant 2\}$，则 $A\cap B=$

A．$[-1,\sqrt{2}\,]$　　B．$\{-1, 0, 1\}$

C．$\{-1, 0, 1, 2\}$　　D．$[-\sqrt{2}, 3]$

2．若命题：“$\forall x\in\mathbf{R}$，$m\leqslant \sin x$．”是真命题，则实数 m 的取值范围是

A．$m\leqslant -1$　　B．$m<-1$　　C．$m\geqslant 1$　　D．$m>1$

3．若 $a>b>0$，则一定有

A．$\cos a<\cos b$　　B．$2^a-2^b<0$

C．$\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$　　D．$a^3>b^3$

4．设 $a=\log_9 4$，则 3^a 的值是

A．2　　B．3　　C．$\dfrac{9}{2}$　　D．6

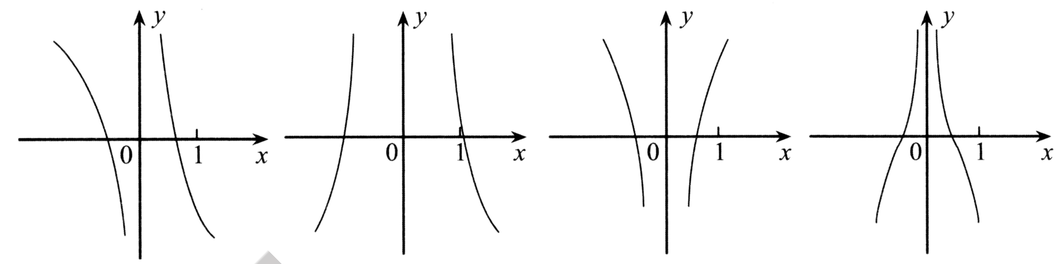
5．已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_9=36$，则 $a_5=$

A．3　　B．4　　C．6　　D．8

6．在△ABC 中，点 M 为边 AB 上一点，$2\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$，若 $3\overrightarrow{CM}=\lambda\overrightarrow{CA}+\mu\overrightarrow{CB}$，则 $\mu=$

A．3　　B．2　　C．1　　D．−1

7．函数 $f(x)=\dfrac{1}{|x|}-e^{|x|}$ 的图象大致为



A　　B　　C　　D

8．已知曲线 $y=\dfrac{2x+a}{e^x}$ 在点 $(0, a)$ 处的切线方程为 $y=x+b$，则 $a+b=$

A．2　　B．e　　C．3　　D．2e

9．若存在实数 $\varphi\in(-\dfrac{\pi}{2}, 0)$，使得函数 $y=\sin(\omega x+\dfrac{\pi}{6})\,(\omega>0)$ 的图象的一个对称中心为 $(\varphi, 0)$，则 ω 的取值范围为

A．$[\dfrac{1}{3}, +\infty)$　　B．$(\dfrac{1}{3}, 1]$

C．$(\dfrac{1}{3}, +\infty)$　　D．$[1, \dfrac{4}{3})$

10．某地锰矿石原有储量为 a 万吨，计划每年的开采量为本年年初储量的 m（$0<m<1$，且 m 为常数）倍，那么第 n（$n\in\mathbf{N}^*$）年在开采完成后剩余储量为 $a(1-m)^n$，并按该计划方案使用 10 年时间开采到原有储量的一半．若开采到剩余储量为原有储量的 70%时，则需开采约(　　)年．（参考数据：$\sqrt{2}\approx1.4$）

A．4　　B．5　　C．6　　D．8

11．已知 $\alpha=50°$，$0°<\beta<90°$，$(1-\sin\alpha)\tan\beta=\cos\alpha$，则 $\beta=$

A．10°　　B．20°　　C．30°　　D．70°

12．若函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f(x+1)$ 为偶函数，$f(x-1)$ 关于点 $(3, 3)$ 成中心对称，则下列说法正确的是

A．$f(x)$ 的一个周期为 2　　B．$\sum\limits_{i=1}^{19} f(i)=54$

C．$f(x)$ 的一条对称轴为 $x=4$　　D．$f(22)=3$

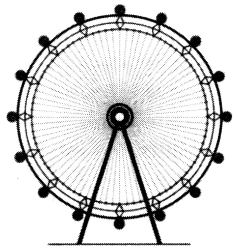
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 在正方形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=25$，则正方形 $ABCD$ 的边长为________.

14. 若等比数列$\{a_n\}$的各项均为正数，且 $a_2=2$，$a_4=8$，则 $S_5=$________.

15. 函数 $f(x)=\begin{cases}x-\dfrac{3}{2}, & x<2,\\ \ln x, & x\geqslant 2,\end{cases}$ 则满足不等式 $f(x^2)>f(2-x)$ 的x的取值范围为_______.

16. 某游乐场中的摩天轮作匀速圆周运动，其中心距地面 20.5 米，半径为 20 米．假设从小军在最低点处登上摩天轮开始计时，第 6 分钟第一次到达最高点．则第 10 分钟小军离地面的高度为_______米.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17. （12 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\cos^2 x$.

（1）求函数 $f(x)$ 的单调递减区间；

（2）求 $f(x)=-1$ 在$[0,\ \pi]$上的解.

18. （12 分）

已知等差数列$\{a_n\}$满足：$a_1+a_2+a_3=15$，$a_8+a_9=4a_4$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）记 $c_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}$，求数列$\{c_n\}$的前 n 项和 T_n.

19. （12 分）

在锐角$\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边为 a，b，c，且 $a\cdot\cos B=b(1+\cos A)$.

（1）证明：$A=2B$；

（2）若 $b=2$，求 a 的取值范围.

20. （12 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-(\dfrac{k}{2}+2)x^2+4kx-\dfrac{11}{6}$.

（1）当 $k=1$时，求函数 $f(x)$ 的极值；

（2）若函数 $f(x)$ 在 $(0,\ 3)$ 上恰有两个零点，求实数 k 的取值范围.

21. （12 分）

已知函数 $f(x)=x^2+\dfrac{1}{2}\ln x-mx+m-1\ (m\in\mathbf{R})$.

（1）讨论函数 $f(x)$在区间 $(0,+\infty)$ 上的单调性；

（2）当 $x\in[\dfrac{1}{2},+\infty)$时，$f(x)\geqslant 0$，求 m.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题做答。如果多做，则按所做的第一题记分。

22. **[选修 4—4：坐标系与参数方程]**（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，圆 C 的参数方程为$\begin{cases}x=3+3\cos\theta,\\ y=3\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数)，直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=t\cos\dfrac{\pi}{3},\\ y=6+t\sin\dfrac{\pi}{3}\end{cases}$（$t$ 为参数）.

（1）判断直线 l 和圆 C 的位置关系，并说明理由；

（2）设 P 是圆 C 上一动点，$A(4,\ 0)$，若点 P 到直线 l 的距离为 $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$，求 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CP}$ 的值.

23. **[选修 4—5：不等式选讲]**（10 分）

已知函数 $f(x)=|x+2|+|2x+1|$.

（1）求 $f(x)$ 的最小值；

（2）若 a，b，c 均为正数，且 $f(a)+f(b)+f(c)=18$，证明：$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\geqslant\dfrac{9}{a^2+b^2+c^2}$.