成都市2019级高中毕业班第三次诊断性检测

数学(文科)参考答案及评分意见

第Ⅰ卷　(选择题,共60分)

一、选择题:(每小题5分,共60分)

1.A；　2.A；　3.D；　4.B；　5.C；　6.B；　7. C；　8.D；　9. C；　10.D；　11.B；　12.B.

第Ⅱ卷　(非选择题,共90分)

二、填空题:(每小题5分,共20分)

13. $\frac{1}{2}$；　　14. $\frac{2}{3}$；　　15. $(1,+\infty)$；　　16. ①③④.

三、解答题:(共70分)

17. **解:**(Ⅰ)由茎叶图可知成绩在$[60,70)$中的频数为3.

结合频率分布直方图,得$n=\frac{3}{0.0075\times 10}=40$.　……2分

$\therefore x=\frac{1}{10n}=\frac{1}{400}=0.0025$.　……3分

$\therefore y=\frac{1}{10}-x-0.0075-0.0200-0.0300=0.0400$.　……5分

(Ⅱ)由题意,本次竞赛成绩样本中分数在$[80,90)$中的学生有$40\times 0.03\times 10=12$名,
……6分

分数在$[90,100]$中的学生有$40\times 0.02\times 10=8$名.　……7分

按分层抽样抽取的5名学生中,分数在$[80,90)$中的学生有$5\times\frac{12}{12+8}=3$名,记为A_1,A_2,A_3;

分数在$[90,100]$中的学生有$5\times\frac{8}{12+8}=2$名,记为a_1,a_2.　……9分

从这5名学生中随机抽取2名学生的所有结果为(A_1,A_2),(A_1,A_3),(A_1,a_1),(A_1,a_2),(A_2,A_3),(A_2,a_1),(A_2,a_2),(A_3,a_1),(A_3,a_2),(a_1,a_2).共10种.　……10分

其中2名学生的分数都在$[80,90)$中的结果为(A_1,A_2),(A_1,A_3),(A_2,A_3). 共3种.
……11分

$\therefore$所选2名学生的分数都在$[80,90)$中的概率$P=\frac{3}{10}$.　……12分

18. **解:**(Ⅰ)如图,过点F作AD的垂线,垂足为M,连接MB,MC.

$\because$四边形$ADEF$为等腰梯形,$AD=3$,$DE=\sqrt{2}$,$EF=1$,

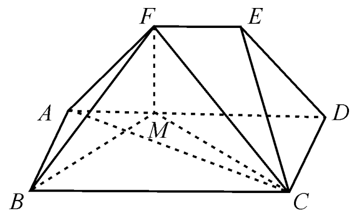
$\therefore AM=MF=1$,$MD=2$.　……2分

∵平面 $ADEF\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $ADEF\cap$ 平面 $ABCD=AD$，

$FM\subset$ 平面 $ADEF$，$FM\perp AD$，

∴$FM\perp$ 平面 $ABCD$.

∴$FM\perp MB$，$FM\perp MC$.



∵四边形 $ABCD$ 为矩形，$AB=1$，$BC=3$，

∴$BM=\sqrt{2}$，$CM=\sqrt{5}$，$BF=\sqrt{3}$，$CF=\sqrt{6}$. ……4 分

∵$BF^2+CF^2=BC^2$，∴$BF\perp CF$. ……6 分

(Ⅱ)如图，连接 AC.

∵四边形 $ABCD$ 为矩形，∴$CD\perp AD$.

∵平面 $ADEF\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $ADEF\cap$ 平面 $ABCD=AD$，$CD\subset$ 平面 $ABCD$，

∴$CD\perp$ 平面 $ADEF$. ……8 分

结合(Ⅰ)可知

$V_{ABCDEF}=V_{C-ADEF}+V_{F-ABC}=\dfrac{1}{3}S_{梯形ADEF}\cdot CD+\dfrac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot FM$. ……10 分

∴$V_{ABCDEF}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times(1+3)\times1\times1+\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times1\times3\times1=\dfrac{7}{6}$. ……12 分

19. **解**：(Ⅰ)由已知得 $2a\sin2B\sin(\dfrac{\pi}{3}-B)=\sqrt{3}b\sin A$，

∴$4a\sin B\cos B(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos B-\dfrac{1}{2}\sin B)=\sqrt{3}b\sin A$. ……2 分

由正弦定理，得 $2\sqrt{3}\sin A\sin B\ \cos^2B-2\sin A\ \sin^2B\cos B=\sqrt{3}\sin B\sin A$.

∵$A,B\in(0,\pi)$，∴$\sin A\sin B\neq0$.

∴$2\sqrt{3}\cos^2B-2\sin B\cos B=\sqrt{3}$. ……4 分

∴$\sqrt{3}\cos2B=\sin2B$，即 $\tan2B=\sqrt{3}$. ……5 分

∵$B\in(\dfrac{\pi}{2},\pi)$，∴$2B\in(\pi,2\pi)$. ∴$2B=\dfrac{4\pi}{3}$，即 $B=\dfrac{2\pi}{3}$. ……6 分

(Ⅱ)由题意，得$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$. ……7 分

∵$AC=4AD$，

∴$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\dfrac{3}{4}\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BC}+\dfrac{3}{4}(\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC})=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}+\dfrac{3}{4}\overrightarrow{BA}$. ……9 分

∴$\overrightarrow{BD}^2=(\dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}+\dfrac{3}{4}\overrightarrow{BA})^2=\dfrac{1}{16}(\overrightarrow{BC}^2+6\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}+9\overrightarrow{BA}^2)$. ……10 分

∵$B=\dfrac{2\pi}{3}$，$AB=4$，$BD=3$，

∴$9=\dfrac{1}{16}(|\overrightarrow{BC}|^2+6\times4\cdot\cos\dfrac{2\pi}{3}\cdot|\overrightarrow{BC}|+9\times16)$.

∴$|\overrightarrow{BC}|^2-12|\overrightarrow{BC}|=0$. ……11 分

∵$|\overrightarrow{BC}|\neq0$，∴$BC=12$. ……12 分

20. **解**：(Ⅰ)$f'(x)=6x^2+6ax-12a^2=6(x+2a)(x-a)$. ……1 分

①若 $a>0$，当 $-2a<x<a$ 时，$f'(x)<0$；当 $x<-2a$ 或 $x>a$ 时，$f'(x)>0$. ……2 分

②若 $a=0$,恒有 $f'(x)\geqslant 0$. ……3 分

③若 $a<0$,当 $a<x<-2a$ 时,$f'(x)<0$;当 $x<a$ 或 $x>-2a$ 时,$f'(x)>0$. ……4 分

综上,当 $a>0$ 时,函数 $f(x)$的单调递减区间为$(-2a,a)$,单调递增区间为$(-\infty,-2a)$,$(a,+\infty)$;

当 $a=0$ 时,函数 $f(x)$的单调递增区间为$(-\infty,+\infty)$;

当 $a<0$ 时,函数 $f(x)$的单调递减区间为$(a,-2a)$,单调递增区间为$(-\infty,a)$,$(-2a,+\infty)$.

……5 分

(Ⅱ)由题意,有 $a^2<2a$,$\therefore a\in(0,2)$. ……6 分

由(Ⅰ)知

①当 $1\leqslant a<2$ 时,$f(x)$在$[a^2,2a]$上单调递增.

$\therefore g(a)=f(2a)=4a^3<32$. ……7 分

②当 $0<a<1$ 时,$f(x)$在$[a^2,a)$上单调递减,在$(a,2a]$上单调递增.

由 $f(2a)=4a^3$,$0<a<1$,$\therefore 0<f(2a)<4$; ……9 分

又 $f(a^2)=2a^6+3a^5-12a^4=a^4(2a^2+3a-12)$.

$\because 0<a<1$,$\therefore 2a^2+3a-12<0$. $\therefore f(a^2)<0$. ……11 分

$\therefore g(a)=f(2a)=4a^3<4<32$.

综上,有 $g(a)<32$. ……12 分

21. **解**:(Ⅰ)由已知得$\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}$($c$ 为半焦距),$\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{6}{b^2}=1$.

又 $a^2=b^2+c^2$,$\therefore a^2=12$,$b^2=9$. ……2 分

$\therefore$椭圆 C 的方程为$\dfrac{y^2}{12}+\dfrac{x^2}{9}=1$. ……3 分

$\therefore$椭圆 C 的右顶点为$(3,0)$.

$\therefore 3+\dfrac{p}{2}=4$. 解得 $p=2$.

$\therefore$抛物线 E 的方程为 $y^2=4x$. ……4 分

(Ⅱ)由题意知直线 l 的斜率存在且不为 0.设直线 l 的方程为 $y=kx+m$,$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$.

由$\begin{cases}y=kx+m,\\y^2=4x\end{cases}$消去 y,得 $k^2x^2+(2km-4)x+m^2=0$.

$\therefore \Delta_1=(2km-4)^2-4k^2m^2=-16km+16>0$,$\therefore km<1$.

$\therefore x_1+x_2=\dfrac{4-2km}{k^2}$,$x_1x_2=\dfrac{m^2}{k^2}$. ……5 分

$$\therefore y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2$$
$$=\frac{km(4-2km)}{k^2}+2m^2=\frac{4m}{k}.$$

$\therefore \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=\dfrac{m^2}{k^2}+\dfrac{4m}{k}=-4$. ……7 分

$\therefore (\dfrac{m}{k}+2)^2=0$,$\therefore \dfrac{m}{k}=-2$. $\therefore m=-2k$,此时 $km=-2k^2<1$.

$\therefore$ 直线 l 的方程为 $y=k(x-2)$. ……8 分

假设在 x 轴上存在点 $H(x_0,0)$，使得 x 轴平分 $\angle MHN$. 则直线 HM 的斜率与直线 HN 的斜率之和为 0.

设 $M(x_3,y_3)$，$N(x_4,y_4)$.

由 $\begin{cases} y=k(x-2), \\ \dfrac{y^2}{12}+\dfrac{x^2}{9}=1 \end{cases}$ 消去 y，得 $(3k^2+4)x^2-12k^2x+12k^2-36=0$.

$\therefore \Delta_2=(12k^2)^2-4(3k^2+4)(12k^2-36)>0$，即 $5k^2+12>0$ 恒成立.

$\therefore x_3+x_4=\dfrac{12k^2}{3k^2+4}$，$x_3x_4=\dfrac{12k^2-36}{3k^2+4}$. ……9 分

$\because \dfrac{y_3}{x_3-x_0}+\dfrac{y_4}{x_4-x_0}=0$，

$\therefore k(x_3-2)(x_4-x_0)+k(x_4-2)(x_3-x_0)=0$.

$\therefore 2x_3x_4-(x_0+2)(x_3+x_4)+4x_0=0$.

$\therefore \dfrac{24k^2-72}{3k^2+4}-(x_0+2)\dfrac{12k^2}{3k^2+4}+4x_0=0$. ……11 分

$\therefore \dfrac{16x_0-72}{3k^2+4}=0$.

解得 $x_0=\dfrac{9}{2}$.

$\therefore$ 在 x 轴上存在点 $H(\dfrac{9}{2},0)$，使得 x 轴平分 $\angle MHN$. ……12 分

22. **解**：(Ⅰ)由曲线 C 的参数方程得 $x^2-(2y)^2=(t+\dfrac{1}{t})^2-(t-\dfrac{1}{t})^2=4$. ……2 分

$\therefore$ 曲线 C 的普通方程为 $\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$. ……3 分

直线 l 的极坐标方程化简为 $\rho\sin\theta+\rho\cos\theta=4$. ……4 分

由极坐标与直角坐标的互化关系 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，

得直线 l 的直角坐标方程为 $x+y-4=0$. ……5 分

(Ⅱ)设直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}m, \\ y=4+\dfrac{\sqrt{2}}{2}m \end{cases}$ (m 为参数). ……6 分

将直线 l 的参数方程代入曲线 C 的普通方程，整理可得

$3m^2+32\sqrt{2}m+136=0$. …(＊)

$\Delta=(32\sqrt{2})^2-4\times3\times136=416>0$.

设 m_1，m_2 是方程(＊)的两个实数根.

则 $m_1+m_2=-\dfrac{32\sqrt{2}}{3}$，$m_1m_2=\dfrac{136}{3}>0$. ……8 分

$\therefore |PA|+|PB|=|m_1|+|m_2|=|m_1+m_2|=\dfrac{32\sqrt{2}}{3}$. ……10 分

23.**解**:(Ⅰ)由 $f(x)<3$,有 $|x^2-x|+1<3$. ……1 分

$\therefore |x^2-x|<2$,即 $-2<x^2-x<2$. ……3 分

解 $\begin{cases} x^2-x>-2, \\ x^2-x<2 \end{cases}$ 得 $-1<x<2$. ……4 分

$\therefore$ 不等式 $f(x)<3$ 的解集为 $(-1,2)$. ……5 分

(Ⅱ)由已知,有 $|x^2-x|+|x-2|+m+1>0$ 恒成立,

即 $-m<|x^2-x|+|x-2|+1$ 恒成立.

令 $g(x)=|x^2-x|+|x-2|+1$.

则 $g(x)=\begin{cases} x^2-2x+3, x<0; \\ -x^2+3, 0\leqslant x<1; \\ x^2-2x+3, 1\leqslant x<2; \\ x^2-1, x\geqslant 2. \end{cases}$ ……7 分

$\therefore g(x)$ 的最小值为 2. ……9 分

$\therefore -m<2$,即 $m>-2$.

$\therefore$ 实数 m 的取值范围为 $(-2,+\infty)$. ……10 分