成都市2019级高中毕业班第三次诊断性检测

数　学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1至2页,第Ⅱ卷(非选择题)3至4页,共4页,满分150分,考试时间120分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用0.5毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第Ⅰ卷　(选择题,共60分)

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分．在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的．

1. 命题“$\forall x\in\mathbf{R}, e^x+2>0$”的否定是

(A) $\exists x_0\in\mathbf{R}, e^{x_0}+2\leqslant 0$　　(B) $\forall x\in\mathbf{R}, e^x+2\leqslant 0$

(C) $\exists x_0\in\mathbf{R}, e^{x_0}+2>0$　　(D) $\forall x_0\in\mathbf{R}, e^{x_0}+2<0$

2. 设集合$A=\{x\,\|\,x|<2\}$,$B=\{x|x^2-3x<0\}$,则$A\cup B=$

(A)$(-2,3)$　　(B)$(-2,0)$　　(C)$(0,2)$　　(D)$(2,3)$

3. 二项式$(1+2x)^5$展开式的各项系数之和为

(A)-1　　(B)1　　(C)32　　(D)243

4. 若实数x,y满足约束条件$\begin{cases}2x-y-3\leqslant 0,\\ x-y+1\geqslant 0,\\ x+y-3\geqslant 0.\end{cases}$则$z=x+2y$的最小值为

(A)-1　　(B)4　　(C)5　　(D)14

5. 在$\triangle ABC$中,已知$\angle A=\dfrac{7\pi}{12}$,$\angle C=\dfrac{\pi}{6}$,$AC=2\sqrt{2}$,则向量$\overrightarrow{BA}$在$\overrightarrow{BC}$方向上的投影为

(A)$2\sqrt{2}$　　(B)2　　(C)$\sqrt{2}$　　(D)$-\sqrt{2}$

6. 设F_1,F_2是双曲线$C:x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$的左,右焦点,点P在双曲线C的右支上．当$|PF_1|=6$时,$\triangle PF_1F_2$的面积为

(A)$4\sqrt{3}$　　(B)$3\sqrt{7}$　　(C)$\dfrac{\sqrt{455}}{2}$　　(D)$6\sqrt{7}$

7. 将最小正周期为π的函数$f(x)=2\sin(2\omega x-\frac{\pi}{6})+1(\omega>0)$的图象向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度，得到函数$g(x)$的图象，则函数$g(x)$的图象的对称中心为

(A)$(-\frac{5\pi}{24}+\frac{k\pi}{4},1),k\in\mathbf{Z}$　　(B)$(-\frac{\pi}{48}+\frac{k\pi}{2},1),k\in\mathbf{Z}$

(C)$(-\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2},1),k\in\mathbf{Z}$　　(D)$(-\frac{\pi}{24}+\frac{k\pi}{2},1),k\in\mathbf{Z}$

8. 已知α,β为空间中的两个平面，m,n为两条异面直线，且$m\perp$平面α，$n\perp$平面β. 若直线l满足$l\perp m,l\perp n,l\not\subset\alpha,l\not\subset\beta$，则

(A)$\alpha/\!/\beta,l/\!/\alpha$　　(B)α与β相交，且交线垂直于l

(C)$\alpha\perp\beta,l\perp\beta$　　(D)α与β相交，且交线平行于l

9. 在某大学一食品超市，随机询问了70名不同性别的大学生在购买食物时是否查看营养说明，得到如下的列联表：

	女	男	总 计
要查看营养说明	15	25	40
不查看营养说明	20	10	30
总 计	35	35	70

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005
k_0	0.455	0.708	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

根据列联表的独立性检验，则下列说法正确的是

(A)在犯错误的概率不超过0.05的前提下认为该校大学生在购买食物时要查看营养说明的人数中男生人数更多

(B)在犯错误的概率不超过0.010的前提下认为该校女大学生在购买食物时要查看营养说明的人数与不查看营养说明的人数比为$\frac{3}{4}$

(C)在犯错误的概率不超过0.025的前提下认为性别与是否查看营养说明有关系

(D)在犯错误的概率不超过0.010的前提下认为性别与是否查看营养说明有关系

10. 若实数m,n满足$\frac{1}{2}n=\sqrt{2m-m^2}$，则$2m+\sqrt{3}n-2$的最大值为

(A)2　　(B)3　　(C)$2\sqrt{3}$　　(D)4

11. 已知三棱台$ABC-A_1B_1C_1$的六个顶点都在球O的球面上，$AA_1=BB_1=CC_1=\sqrt{10}$，$\triangle ABC$和$\triangle A_1B_1C_1$分别是边长为$\sqrt{3}$和$2\sqrt{3}$的正三角形，则球O的体积为

(A)$\frac{32\pi}{3}$　　(B)$\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$　　(C)36π　　(D)$\frac{40\sqrt{10}\pi}{3}$

12. 若函数$f(x)=9^x+\frac{\log_3\sqrt{x-1}}{x^2-x}$的零点为$x_0$，则$9^{x_0}(x_0-1)=$

(A)$\frac{1}{3}$　　(B)1　　(C)$\sqrt{3}$　　(D)2

第Ⅱ卷　(非选择题,共 90 分)

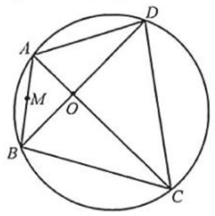
二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 已知 i 为虚数单位,则复数 $z=\dfrac{-1+2\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$ 的实部为______.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$, $a_na_{n+1}+2=2a_n$, 则 a_{2022} 的值为______.

15. 记定义在 R 上的可导函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且 $f'(x)-f(x)>0$, $f(1)=1$, 则不等式 $f(x)>e^{x-1}$ 的解集为______.

16. 如图,经过坐标原点 O 且互相垂直的两条直线 AC 和 BD 与圆 $x^2+y^2-4x+2y-20=0$ 相交于 A,C,B,D 四点,M 为弦 AB 的中点. 有下列结论:



①弦 AC 长度的最小值为 $4\sqrt{5}$;

②线段 BO 长度的最大值为 $10-\sqrt{5}$;

③点 M 的轨迹是一个圆;

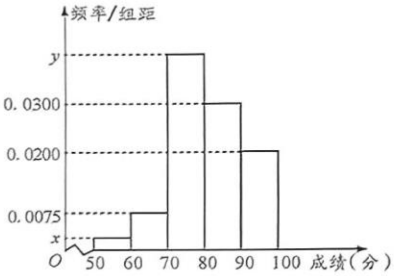
④四边形 $ABCD$ 面积的取值范围为 $[20\sqrt{5},45]$.

其中所有正确结论的序号为______.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

某中学为增强学生的环保意识,举办了"爱成都,护环境"的知识竞赛活动. 为了解本次知识竞赛活动参赛学生的成绩,从中抽取了 n 名学生的分数(得分取正整数,满分为 100 分,所有学生的得分都在区间[50,100]中)作为样本进行统计. 按照[50,60),[60,70),[70,80),[80,90),[90,100]的分组作出如下的频率分布直方图,并作出下面的样本分数茎叶图(图中仅列出了得分在[50,60),[60,70)的数据).



茎叶图

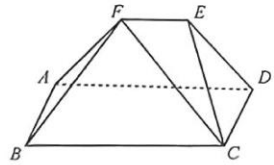
茎	叶
5	7
6	1　3　4
7	
8	
9	

(Ⅰ)求样本容量 n 和频率分布直方图中 x,y 的值;

(Ⅱ)在选取的样本中,从竞赛成绩不低于 70 分的三组学生中按分层抽样抽取了 9 名学生,再从抽取的这 9 名学生中随机抽取 2 名学生到天府广场参加环保知识宣传活动,求这 2 名学生中恰好有 1 名学生的分数在[70,80)中的概率.

18.(本小题满分 12 分)

如图,在等腰梯形 $ADEF$ 中,$AD /\!/ EF$,$AD=3$,$DE=\sqrt{2}$,$EF=1$. 在矩形 $ABCD$ 中,$AB=1$. 平面 $ADEF\perp$平面 $ABCD$.



(Ⅰ)证明:$BF\perp CF$;

(Ⅱ)求直线 AF 与平面 CEF 所成角的大小.

19.(本小题满分 12 分)

已知$\triangle ABC$ 中的三个内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,角 B 为钝角,且 $2a\sin(\frac{\pi}{3}-B)=\frac{\sqrt{3}b\sin A}{\sin 2B}$.

(Ⅰ)求角 B 的大小;

(Ⅱ)若点 D 在 AC 边上,满足 $AC=4AD$,且 $AB=4$,$BD=3$,求 BC 边的长.

20.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=2x^3+3ax^2-12a^2x$,其中 $a\in\mathbf{R}$.

(Ⅰ)求函数 $f(x)$的单调区间;

(Ⅱ)设函数 $g(x)=2x^3-x^2-(12a^2-1)x+2\sin x-2$. 当 $a>0$,$x>0$ 时,证明:$g(x)<f(x)$.

21.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C:\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{1}{2}$,且经过点$(\sqrt{6},2)$,椭圆 C 的右顶点到抛物线 $E:y^2=2px(p>0)$的准线的距离为 4.

(Ⅰ)求椭圆 C 和抛物线 E 的方程;

(Ⅱ)设与两坐标轴都不垂直的直线 l 与抛物线 E 相交于 A,B 两点,与椭圆 C 相交于 M,N 两点,O 为坐标原点. 若$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-4$,则在 x 轴上是否存在点 H,使得 x 轴平分$\angle MHN$?若存在,求出点 H 的坐标;若不存在,请说明理由.

请考生在第 22,23 题中任选择一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分. 作答时,用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22.(本小题满分 10 分)选修 4—4:坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=t+\frac{1}{t},\\ y=\frac{t}{2}-\frac{1}{2t}\end{cases}$($t$ 为参数). 以坐标原点 O 为极点,x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=2\sqrt{2}$.

(Ⅰ)求直线 l 的直角坐标方程与曲线 C 的普通方程;

(Ⅱ)已知点 P 的直角坐标为$(0,4)$,直线 l 与曲线 C 相交于不同的两点 A,B,求$|PA|+|PB|$的值.

23.(本小题满分 10 分)选修 4—5:不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x^2-x|+1$.

(Ⅰ)求不等式 $f(x)<3$ 的解集;

(Ⅱ)若关于 x 的不等式 $f(x)+|x-2|+m>0$ 恒成立,求实数 m 的取值范围.