秘密 ★ 启用前 【考试时间：2022 年 1 月 9 日 15:00—17:00】

绵阳市高中 2019 级第二次诊断性考试

理科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 $A=\{(x,\ y)|y=x\}$，$B=\{(x,\ y)|y=x^2\}$，则集合 $A\cap B$ 的元素个数为

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

2．二项式 $(x-\frac{2}{x})^5$ 的展开式中，x^3 的系数为

A．−10　　B．−15　　C．10　　D．15

3．如图，茎叶图记录了甲、乙两个家庭连续 9 个月的月用电量（单位：度），根据茎叶图，下列说法正确的是

甲		乙
2	1	1
5 4 3	2	3
3 2 7	3	4 8 9
1	4	0 2
0	5	1 6

A．甲家庭用电量的中位数为 33

B．乙家庭用电量的极差为 46

C．甲家庭用电量的方差小于乙家庭用电量的方差

D．甲家庭用电量的平均值高于乙家庭用电量的平均值

4．已知角 α 的终边过点 $A(1,\ \sqrt{3})$，则 $\cos(\alpha+\frac{\pi}{6})=$

A．$-\frac{1}{2}$　　B．0　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

5．已知双曲线 E：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$ 的焦距为 4，两条渐近线互相垂直，则 E 的方程为

A．$x^2-y^2=1$　　B．$\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$　　C．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$　　D．$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{8}=1$

6．已知平面向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 不共线，$\overrightarrow{AB}=4\boldsymbol{a}+6\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=-\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$，则

A．A，B，D 三点共线　　B．A，B，C 三点共线

C．B，C，D 三点共线　　D．A，C，D 三点共线

7．函数 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数，当 $x\in[-1,\ 0]$ 时，$f(x)=ae^x+1+\frac{1}{e}$，若 $f(1)=1$，则 $f(0)=$

A．e　　B．−e　　C．$\frac{1}{e}$　　D．$-\frac{1}{e}$

8．已知直线 $x+y-1=0$ 与圆 C：$(x-2)^2+(y-1)^2=m$ 相交于 A，B 两点，若 $AB=2\sqrt{3}$，则 $m=$

A．$\sqrt{5}$　　B．5

C．3　　D．4

9．第 24 届冬季奥林匹克运动会将于 2022 年在北京举办．为了解某城市居民对冰雪运动的关注情况，随机抽取了该市 100 人进行调查统计，得到如下 2×2 列联表：

	关注冰雪运动	不关注冰雪运动	合计
男	45	10	55
女	25	20	45
合计	70	30	100

下列说法正确的是

参考公式：

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},$$

其中 $n=a+b+c+d$．

附表：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

A．有 99%以上的把握认为“关注冰雪运动与性别有关”

B．有 99%以上的把握认为“关注冰雪运动与性别无关”

C．在犯错误的概率不超过 0.1%的前提下，认为“关注冰雪运动与性别无关”

D．在犯错误的概率不超过 0.1%的前提下，认为“关注冰雪运动与性别有关”

10．已知 m，n 为整数，且 m，$n\in[1,\ 5]$，设平面向量 $\boldsymbol{a}=(m,n)$ 与 $\boldsymbol{b}=(2,\ -1)$ 的夹角为 θ，则 $\theta\in[\frac{\pi}{2},\ \pi)$ 的概率为

A．$\frac{9}{32}$　　B．$\frac{9}{64}$　　C．$\frac{4}{25}$　　D．$\frac{6}{25}$

11．已知函数 $f(x)=\ln x-a(x^2-x)$，若不等式 $f(x)>0$ 有且仅有 2 个整数解，则实数 a 的取值范围是

A．$[\frac{\ln2}{6},\frac{\ln3}{6})$　　B．$(\frac{\ln2}{6},\frac{\ln3}{6}]$　　C．$(-\infty,\frac{\ln2}{6}]$　　D．$(\frac{\ln2}{3},\frac{\ln3}{3})$

12．已知 F_1，F_2 分别为椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左，右焦点，E 上存在两点 A，B 使得梯形 AF_1F_2B 的高为 $\sqrt{2}c$（其中 c 为半焦距），且 $\overrightarrow{AF_1}=3\overrightarrow{BF_2}$，则 E 的离心率为

A．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 设 i 是虚数单位，若复数 z 满足 $z\cdot i=z+6i$ ，则复数 z 的虚部为_______.

14. 现从 4 名男志愿者和 3 名女志愿者中，选派 2 人分别去甲、乙两地担任服务工作，若被选派的人中至少有一名男志愿者，则不同的选派方法共有______种.（用数字作答）

15. 已知 A，B 为抛物线 C：$x^2=4y$ 上的两点，$M(-1,2)$，若 $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$，则直线 AB 的方程为_______.

16. 已知函数 $f(x)=\sin|x|-\sqrt{3}|\cos x|$，下列关于函数 $f(x)$ 的说法正确的序号有_______.

①函数 $f(x)$ 在 $[\frac{7\pi}{6},\frac{3\pi}{2}]$ 上单调递增；

② 2π 是函数 $f(x)$ 的周期；

③函数 $f(x)$ 的值域为 $[-2,1]$；

④函数 $f(x)$ 在 $[-2\pi,2\pi]$ 内有 4 个零点.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17. （12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 为公差大于 0 的等差数列，$a_2\cdot a_3=15$，且 a_1，a_4，a_{25} 成等比数列.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $b_n=\frac{1}{a_n\cdot a_{n+1}}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_m=\frac{20}{41}$，求 m 的值.

18. （12 分）

某通讯商场推出一款新手机，分为甲、乙、丙、丁 4 种不同的配置型号．该商场对近期售出的 100 部该款手机的情况进行了统计，绘制如下表格：

配置	甲	乙	丙	丁
频数	25	40	15	20

（1）每售出一部甲、乙、丙、丁配置型号的手机可分别获得利润 600 元、400 元、500 元、450 元，根据以上 100 名消费者的购机情况，求该商场销售一部该款手机的平均利润；

（2）该商场某天共销售了 4 部该款手机，每销售一部该款手机的型号相互独立，其中甲配置型号手机售出的数量为 X，将样本频率视为概率，求 X 的概率分布列及期望.

19. （12 分）

在△ABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，其中 $b=\sqrt{3}$，且 $(a-\sin C)\cos B=\sin B\cos C$.

（1）求角 B 的大小；

（2）求△ABC 周长的取值范围.

20. （12 分）

已知函数 $f(x)=(x-2)e^x-ax^2-x$.

（1）当 $a=-\frac{1}{2}$ 时，求函数 $f(x)$ 的极值；

（2）若曲线 $f(x)$ 在 $[-2,1]$ 上任意一点处切线的倾斜角均为钝角，求实数 a 的取值范围.

21. （12 分）

已知椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 F，点 A，B 分别为右顶点和上顶点，点 O 为坐标原点，$\frac{1}{|OF|}+\frac{1}{|OA|}=\frac{e}{|FA|}$，△$OAB$ 的面积为 $\sqrt{2}$，其中 e 为 E 的离心率.

（1）求椭圆 E 的方程；

（2）过点 O 异于坐标轴的直线与 E 交于 M，N 两点，射线 AM，AN 分别与圆 C：$x^2+y^2=4$ 交于 P，Q 两点，记直线 MN 和直线 PQ 的斜率分别为 k_1，k_2，问 $\frac{k_1}{k_2}$ 是否为定值？若是，求出该定值；若不是，请说明理由.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题做答。如果多做，则按所做的第一题记分。

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+\sin\alpha+2\cos\alpha,\\ y=1+\cos\alpha-2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数）．以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立的极坐标系中，直线 l 的方程是 $\rho\cos(\theta+\frac{\pi}{3})=1$.

（1）求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程；

（2）若点 A 的坐标为 $(2,0)$，直线 l 与曲线 C 交于 P，Q 两点，求 $\frac{1}{|AP|}+\frac{1}{|AQ|}$ 的值.

23. [选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=\sqrt{|2x-1|-|x+m|-m}$.

（1）当 $m=2$ 时，求函数 $f(x)$ 的定义域；

（2）设函数 $f(x)$ 的定义域为 M，当 $m>-\frac{1}{2}$ 时，$[-m,\frac{1}{2}]\subseteq M$，求实数 m 的取值范围.

秘密 ★ 启用前 【考试时间：2022 年 1 月 9 日 15:00—17:00】

绵阳市高中 2019 级第二次诊断性考试

文科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 $A=\{(x,\ y)|y=x\}$，$B=\{(x,\ y)|y=x^2\}$，则集合 $A\cap B$ 的元素个数为

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

2．下列函数既是奇函数又是增函数的是

A．$y=\sin x$　　B．$y=2^x$　　C．$y=\log_2 x$　　D．$y=x^3$

3．已知角 α 的终边过点 $A(1,\ \sqrt{3})$，则 $\sin\alpha+\tan\alpha=$

A．$\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{1+2\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{5\sqrt{3}}{6}$　　D．$\frac{3+2\sqrt{3}}{6}$

4．已知双曲线 E：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$ 的焦距为 4，两条渐近线互相垂直，则 E 的方程为

A．$x^2-y^2=1$　　B．$\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$　　C．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$　　D．$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{8}=1$

5．如图，茎叶图记录了甲、乙两个家庭连续 9 个月的月用电量（单位：度），根据茎叶图，下列说法正确的是

甲		乙
2	1	1
5 4 3	2	3
3 2 7	3	4 8 9
1	4	0 2
0	5	1 6

A．甲家庭用电量的中位数为 33

B．乙家庭用电量的极差为 46

C．甲家庭用电量的方差小于乙家庭用电量的方差

D．甲家庭用电量的平均值高于乙家庭用电量的平均值

6．过点 $P(1,\ 2)$，且与原点距离最大的直线的方程为

A．$2x-y=0$　　B．$x+2y-5=0$　　C．$x-2y+3=0$　　D．$2x+y-4=0$

7．已知平面向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 不共线，$\overrightarrow{AB}=4\boldsymbol{a}+6\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=-\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$，则

A．A，B，D 三点共线　　B．A，B，C 三点共线

C．B，C，D 三点共线　　D．A，C，D 三点共线

8．已知直线 $x+y-1=0$ 与圆 C：$(x-2)^2+(y-1)^2=m$ 相交于 A，B 两点，若 $AB=2\sqrt{3}$，则 $m=$

A．$\sqrt{5}$　　B．5　　C．3　　D．4

9．第 24 届冬季奥林匹克运动会将于 2022 年在北京举办．为了解某城市居民对冰雪运动的关注情况，随机抽取了该市100人进行调查统计，得到如下 2×2 列联表：

	关注冰雪运动	不关注冰雪运动	合计
男	45	10	55
女	25	20	45
合计	70	30	100

下列说法正确的是

参考公式：

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},$$

其中 $n=a+b+c+d$．

附表：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

A．有 99%以上的把握认为“关注冰雪运动与性别有关”

B．有 99%以上的把握认为“关注冰雪运动与性别无关”

C．在犯错误的概率不超过 0.1%的前提下，认为“关注冰雪运动与性别无关”

D．在犯错误的概率不超过 0.1%的前提下，认为“关注冰雪运动与性别有关”

10．已知 $f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，且在$(0,\ +\infty)$上单调递减，则

A．$f(-1)<f(-2^{0.1})<f(\log_2 5)$　　B．$f(\log_2 5)<f(-1)<f(-2^{0.1})$

C．$f(\log_2 5)<f(-2^{0.1})<f(-1)$　　D．$f(-2^{0.1})<f(-1)<f(\log_2 5)$

11．若 $x=2$ 是函数 $f(x)=x^2+2(a-2)x-4a\ln x$ 的极大值点，则实数 a 的取值范围是

A．$(-\infty,\ -2)$　　B．$(-2,\ +\infty)$　　C．$(2,\ +\infty)$　　D．$(-2,\ 2)$

12．已知 F_1，F_2 分别为椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左，右焦点，E 上存在两点 A，B 使得梯形 AF_1F_2B 的高为 $\sqrt{2}c$（其中 c 为半焦距），且 $\overrightarrow{AF_1}=3\overrightarrow{BF_2}$，则 E 的离心率为

A．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．设 i 是虚数单位，若复数 z 满足 $z\cdot \mathrm{i}=z+6\mathrm{i}$，则复数 z 的虚部为_______．

14．函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x}, & x\geqslant 1,\\ \log_2 x, & x<1,\end{cases}$ 则 $f(f(2))=$_______．

15．已知 A，B 为抛物线 C：$x^2=4y$ 上的两点，$M(-1,2)$，若 $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$，则直线 AB 的方程为_______．

16．已知函数 $f(x)=\sin|x|-\sqrt{3}\cos x$，若关于 x 的方程 $f(x)=m$ 在$[-2\pi,\ \frac{4\pi}{3}]$上有三个不同的实根，则实数 m 的取值范围是_______．

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）

已知数列$\{a_n\}$为公差大于 0 的等差数列，$a_2\cdot a_3=15$，且 a_1，a_4，a_{25} 成等比数列．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设 $b_n=\frac{1}{a_n\cdot a_{n+1}}$，数列$\{b_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_m=\frac{20}{41}$，求 m 的值．

18．（12 分）

某通讯商场推出一款新手机，分为甲、乙、丙、丁 4 种不同的配置型号．该店对近期售出的 100 部该款手机的情况进行了统计，绘制如下表格：

配置	甲	乙	丙	丁
频数	25	40	15	20

每售出一部甲、乙、丙、丁配置型号的手机可分别获得利润 600 元、400 元、500 元、450 元．

（1）根据以上 100 名消费者的购机情况，计算该商场销售一部手机的平均利润；

（2）某位消费者随机购买了 2 部不同配置型号的该款手机，且购买的该款手机的四种型号是等可能的，求商场通过这两部手机获得的利润不低于 1000 元的概率．

19．（12 分）

在△ABC 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $a\sin A-c\sin C=(\sqrt{3}a-b)\sin B$．

（1）求角 C 的大小；

（2）若 $\sin A\cdot\sin B=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$c=2$，求△$ABC$ 的面积．

20．（12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x+1-ax^2$（$a\in\mathbf{R}$）

（1）当 $a=2$ 时，求函数 $f(x)$的单调区间；

（2）若函数 $f(x)$有且只有一个零点，求实数 a 的取值范围．

21．（12 分）

已知椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 F，点 A，B 分别为右顶点和上顶点，点 O 为坐标原点，$\frac{1}{|OF|}+\frac{1}{|OA|}=\frac{e}{|FA|}$，△$OAB$ 的面积为$\sqrt{2}$，其中 e 为 E 的离心率．

（1）求椭圆 E 的方程；

（2）过点 O 异于坐标轴的直线与 E 交于 M，N 两点，射线 AM，AN 分别与圆 C：$x^2+y^2=4$ 交于 P，Q 两点，记直线 MN 和直线 PQ 的斜率分别为 k_1，k_2，问 $\frac{k_1}{k_2}$ 是否为定值？若是，求出该定值；若不是，请说明理由．

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题做答。如果多做，则按所做的第一题记分。

22．[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=2+\sin\alpha+2\cos\alpha,\\ y=1+\cos\alpha-2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数）．以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立的极坐标系中，直线 l 的方程是 $\rho\cos(\theta+\frac{\pi}{3})=1$．

（1）求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程；

（2）若点 A 的坐标为$(2,0)$，直线 l 与曲线 C 交于 P，Q 两点，求 $\frac{1}{|AP|}+\frac{1}{|AQ|}$ 的值．

23．[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=\sqrt{|2x-1|-|x+m|-m}$．

（1）当 $m=2$ 时，求函数 $f(x)$ 的定义域；

（2）设函数 $f(x)$ 的定义域为 M，当 $m>-\frac{1}{2}$ 时，$[-m,\frac{1}{2}]\subseteq M$，求实数 m 的取值范围．