

绵阳市高中 2019 级第一次诊断性考试 理科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

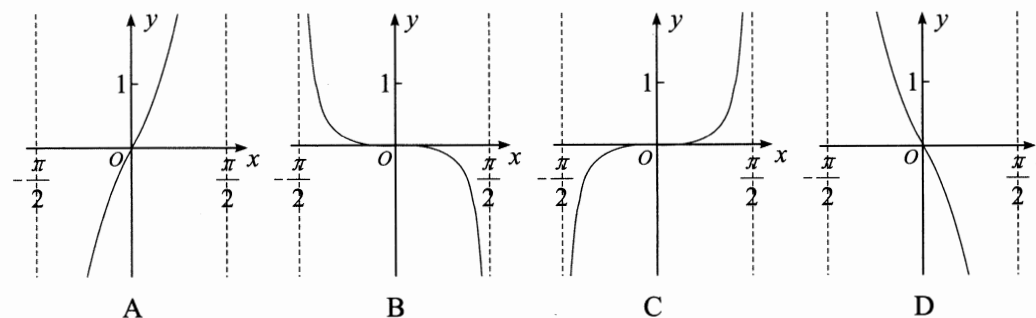
1. 设集合 $A = \{x | -1 < x \leq 1\}$, $B = \{x | \log_2 x < 1\}$, 则 $A \cap B =$
 - A. $\{x | -1 < x \leq 1\}$
 - B. $\{x | -1 < x < 1\}$
 - C. $\{x | 0 < x \leq 1\}$
 - D. $\{x | 0 < x < 1\}$
2. 若 $0 < a < b$, 则下列结论正确的是
 - A. $\ln a > \ln b$
 - B. $b^2 < a^2$
 - C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
 - D. $(\frac{1}{2})^a > (\frac{1}{2})^b$
3. 设 D, E 为 $\triangle ABC$ 所在平面内两点, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{BE}$, 则 $\overrightarrow{DE} =$
 - A. $-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
 - B. $\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$
 - C. $\overrightarrow{AB} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$
 - D. $-\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$
4. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-5 \leq 0, \\ 2x+y-8 \leq 0, \\ y \leq 3, \end{cases}$ 则 $z = 3x + 4y$ 的最大值是
 - A. 12
 - B. 17
 - C. 18
 - D. $\frac{39}{2}$
5. 通常人们用震级来描述地震的大小. 地震震级是对地震本身大小的相对量度, 用 M 表示, 强制性国家标准 GB17740—1999《地震震级的规定》规定了我国地震震级的计算和使用要求, 即通过地震面波质点运动最大值 $(A/T)_{\max}$ 进行测定, 计算公式如下:

$$M = \lg(A/T)_{\max} + 1.66 \lg \Delta + 3.5$$
 (其中 Δ 为震中距), 已知某次某地发生了 4.8 级地震, 测得地震面波质点运动最大值为 0.01, 则震中距大约为
 - A. 58
 - B. 78
 - C. 98
 - D. 118

6. “ $(a+1)^{\frac{1}{2}} < (3-2a)^{\frac{1}{2}}$ ” 是 “ $-2 < a < \frac{2}{3}$ ” 的

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

7. 函数 $f(x) = \frac{\sin x + x}{\cos x}$ 在 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上的图象大致为



8. 已知 $a = (\frac{16}{81})^{-\frac{1}{4}}$, $b = \log_3 2 + \log_2 3$, $c = \frac{2}{3} \log_2 3$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $c > b > a$
- B. $b > a > c$
- C. $a > c > b$
- D. $b > c > a$

9. 已知首项为 1 的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $4a_n a_{n+1} = 16^n$, 则下列说法不正确的是

- A. 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列
- B. 数列 $\{S_n\}$ 为单调递增数列
- C. $a_5 = 256$
- D. $4a_n = 3S_n + 4^{n-1}$

10. 设函数 $f(x) = \begin{cases} -1, & x < \frac{1}{2}, \\ \log_2 x, & x \geq \frac{1}{2}, \end{cases}$ 则满足 $f(2x-1) < f(x)$ 的 x 的取值范围是

- A. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$
- B. $[\frac{3}{4}, 1)$
- C. $(-\infty, \frac{3}{4}]$
- D. $(\frac{1}{2}, 1)$

11. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x)$ 满足下列三个条件:

①对任意的 $1 \leq x_1 < x_2 \leq 2$, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$; ② $y = f(x+1)$ 的图象关于 y 轴对称;

③对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x) = f(x+2)$. 则 $f(\frac{1}{3}), f(\frac{3}{2}), f(\frac{8}{3})$ 的大小关系是

- A. $f(\frac{8}{3}) > f(\frac{3}{2}) > f(\frac{1}{3})$
- B. $f(\frac{8}{3}) > f(\frac{1}{3}) > f(\frac{3}{2})$
- C. $f(\frac{1}{3}) > f(\frac{3}{2}) > f(\frac{8}{3})$
- D. $f(\frac{3}{2}) > f(\frac{8}{3}) > f(\frac{1}{3})$

12. 函数 $f(x) = 3\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$), 已知 $|f(\frac{\pi}{3})| = 3$, 且对于任意的 $x \in \mathbf{R}$ 都有

$f(-\frac{\pi}{6} + x) + f(-\frac{\pi}{6} - x) = 0$, 若 $f(x)$ 在 $(\frac{5\pi}{36}, \frac{2\pi}{9})$ 上单调, 则 ω 的最大值为

- A. 11
- B. 9
- C. 7
- D. 5

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_1 = 2$ ， $S_7 = 35$ ，则 $a_6 =$ _____.

14. 已知平面向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$ ， $\vec{b} = (m, -1)$ ，若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则 $|\vec{b}| =$ _____.

15. 若 $\tan \alpha = 5 \tan \frac{\pi}{7}$ ，则 $\frac{\cos(\alpha - \frac{5\pi}{14})}{\sin(\alpha - \frac{\pi}{7})} =$ _____.

16. 已知函数 $f(x) = \cos 2x + a \sin x - 1$ ，若不等式 $|f(x)| \leq 1$ 对任意的 $x \in [0, \pi]$ 恒成立，则实数 a 的取值范围为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3} \cos^2 \omega x + 2 \sin \omega x \cos \omega x - \sqrt{3} (\omega > 0)$ ，其图象的两条相邻对称轴间的距离为 $\frac{\pi}{2}$ 。

(1) 求函数 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的单调递增区间；

(2) 将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\varphi (0 < \varphi < \frac{\pi}{2})$ 个单位后得到函数 $g(x)$ 的图象，若函数 $g(x)$ 为偶函数，求 φ 的值。

18. (12 分)

已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和， $a_1 = 2$ ，且满足 $S_{n+1} = 3S_n + 2$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 求数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

19. (12 分)

在锐角 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ， $c = 3$ ，从以下三个条件中任选一个：① $b \tan C = (2a - b) \tan B$ ；② $2c \cos B = 2a - b$ ；③ $a c \cos A + a^2 (\cos C - 1) = b^2 - c^2$ ，解答如下的问题。

(1) 证明： $a = \sqrt{3} \sin B + 3 \cos B$ ；

(2) 若 AB 边上的点 P 满足 $AP = 2PB$ ，求线段 CP 的长度的最大值。

20. (12 分)

已知函数 $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + ax^2 + 3a^2x - \frac{5}{3}$ 。

(1) 若 $a = -1$ 时，求 $f(x)$ 在区间 $[-4, 2]$ 上的最大值与最小值。

(2) 若存在实数 m ，使得不等式 $f(x) < 0$ 的解集为 $(m, +\infty)$ ，求实数 a 的取值范围。

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = xe^x - bx \ln x - \frac{1}{2}x^2 (b \in \mathbf{R})$ ，其图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线斜率为 $2e - 3$ 。

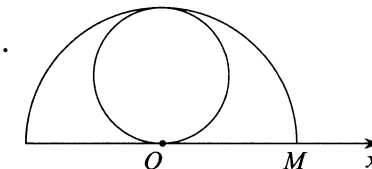
(1) 证明：当 $x > 1$ 时， $f(x) > xe^x - \frac{3}{2}x^2 + 1$ ；

(2) 若函数 $g(x) = f(x) + (4-a)x - 1$ 在定义域上无极值，求正整数 a 的最大值。

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题记分。

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程] (10 分)

如图，在极坐标系中，已知点 $M(2, 0)$ ，曲线 C_1 是以极点 O 为圆心，以 OM 为半径的半圆，曲线 C_2 是过极点且与曲线 C_1 相切于点 $(2, \frac{\pi}{2})$ 的圆。



(1) 分别写出曲线 C_1, C_2 的极坐标方程；

(2) 直线 $\theta = \alpha (0 < \alpha < \pi, \rho \in \mathbf{R})$ 与曲线 C_1, C_2 分别相交于点 A, B (异于极点)，求 $\triangle ABM$ 面积的最大值。

23. [选修 4—5：不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x + m| - |x - 2m| (m > 0)$ 的最大值为 6。

(1) 求 m 的值；

(2) 若正数 x, y, z 满足 $x + y + z = m$ ，求证： $\sqrt{xy} + \sqrt{xz} \leq \sqrt{m}$ 。

绵阳市高中2019级第一次诊断性考试
理科数学答题卡(B)

姓名 _____ 班级 _____

考号

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

贴条形码区(监考员贴)
(正面朝上切勿贴出虚线框外)

考生禁填 (填涂说明: 缺考考生由监考员贴条形码, 并用2B铅笔填涂右边缺考标记)

- 注意事项**
1. 答题前, 考生先将自己的姓名、班级、考号用0.5毫米的黑色墨水签字笔填写清楚, 并认真核对条形码上的学校、姓名、考号。
 2. 选择题使用2B铅笔填涂, 非选择题用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚; 按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
 3. 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要损坏; 选择题修改时用橡皮擦擦干净, 不留痕迹。其他试题修改禁用涂改液和不干胶条。
 4. 填涂示例: 正确填涂法 错误填涂法

选择题 (考生须用2B铅笔填涂)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A
<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B
<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C
<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D

非选择题 (考生须用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写)

二、填空题 (20分)

13. _____ 14. _____

15. _____ 16. _____

三、解答题 (70分)

17. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

18. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

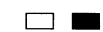
19. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20. (12分)

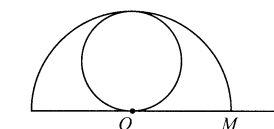
请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21. (12分)



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

选考题 请考生从给出的22、23两题中任选一题作答，并用2B铅笔在答题卡上把所选题的题号涂黑，注意选做题目的题号必须与所涂题号一致，如果多做，则按所做的第一题记分。
我所选择的题号是 22 23



(22题图)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

理科数学答题卡 第4页 共6页

绵阳市教育科学研究所 监制

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

理科数学答题卡 第5页 共6页

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

理科数学答题卡 第6页 共6页