

绵阳市高中 2019 级第一次诊断性考试 文科数学

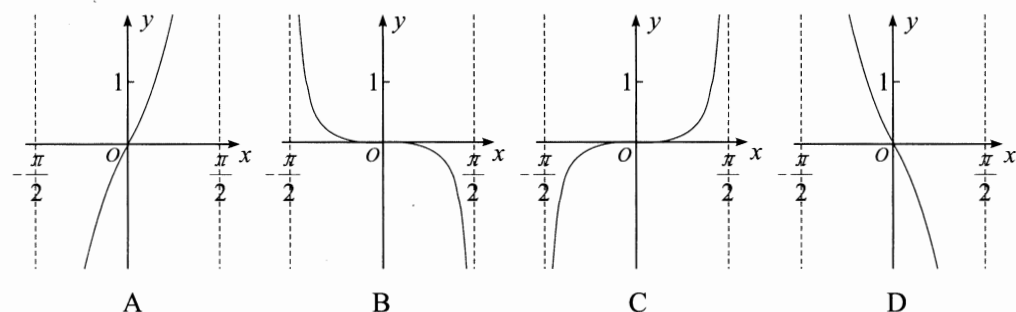
注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x | -1 < x \leq 1\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$, 则 $A \cap B =$
 - A. $\{-1, 0\}$
 - B. $\{-1, 1\}$
 - C. $\{0, 1\}$
 - D. $\{-1, 0, 1\}$
2. 若 $0 < a < b$, 则下列结论正确的是
 - A. $\ln a > \ln b$
 - B. $b^2 < a^2$
 - C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
 - D. $(\frac{1}{2})^a > (\frac{1}{2})^b$
3. “ $\ln(x+2) < 0$ ”是“ $x < -1$ ”的
 - A. 充分不必要条件
 - B. 必要不充分条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分也不必要条件
4. 设 D, E 为 $\triangle ABC$ 所在平面内两点, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{BE}$, 则
 - A. $\overrightarrow{DE} = -\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$
 - B. $\overrightarrow{DE} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
 - C. $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$
 - D. $\overrightarrow{DE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$
5. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-5 \leq 0, \\ 2x+y-8 \leq 0, \\ y \leq 3 \end{cases}$, 则 $z = 3x + 4y$ 的最大值是
 - A. 12
 - B. 17
 - C. 18
 - D. $\frac{39}{2}$

6. 函数 $f(x) = \frac{\sin x + x}{\cos x}$ 在 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上的图象大致为



7. 通常人们用震级来描述地震的大小. 地震震级是对地震本身大小的相对量度, 用 M 表示, 强制性国家标准 GB17740—1999《地震震级的规定》规定了我国地震震级的计算和使用要求, 即通过地震面波质点运动最大值 $(A/T)_{\max}$ 进行测定, 计算公式如下:

$$M = \lg(A/T)_{\max} + 1.66 \lg \Delta + 3.5$$
 (其中 Δ 为震中距), 已知某次某地发生了 4.8 级地震, 测得地震面波质点运动最大值为 0.01, 则震中距大约为
 - A. 58
 - B. 78
 - C. 98
 - D. 118
8. 已知函数 $f(x)$ 对任意实数 x , 满足 $f(x) + f(-x) = 0$, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 2^x - m$ (m 为常数), 则 $f(1 - \log_2 3) =$
 - A. $\frac{1}{2}$
 - B. $-\frac{1}{2}$
 - C. $\frac{1}{3}$
 - D. $-\frac{1}{3}$
9. 若 $a = (\frac{16}{81})^{\frac{1}{4}}$, $b = \log_3 2 + \log_2 3$, $c = \frac{3}{2} \log_3 2$, 则 a, b, c 的大小关系为
 - A. $c > b > a$
 - B. $b > a > c$
 - C. $a > c > b$
 - D. $b > c > a$
10. 设 $f(x) = \begin{cases} x+2, & (x \leq 0) \\ \sqrt{x}, & (x > 0) \end{cases}$, 若 $f(a) = f(a-2)$, 则 $f(5-a) =$
 - A. 2
 - B. 0 或 1
 - C. 2 或 $\sqrt{5}$
 - D. $\sqrt{5}$
11. 已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $-5, S_3, S_6$ 成等差数列, 则 $S_9 - S_6$ 的最小值为
 - A. 25
 - B. 20
 - C. 15
 - D. 10
12. 把函数 $f(x) = 3\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 纵坐标不变, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 若 $g(x_1) = g(x_2) - 6$, $x_1, x_2 \in [-\pi, \pi]$, 则 $x_1 - x_2$ 的最大值为
 - A. $\frac{3\pi}{4}$
 - B. π
 - C. $\frac{7\pi}{4}$
 - D. 2π

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_1=2$ ， $S_7=35$ ，则 $a_6=$ _____.

14. 已知平面向量 $\vec{a}=(1, \sqrt{3})$ ， $\vec{b}=(m, -1)$ ，若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则 $|\vec{b}|=$ _____.

15. 已知 $\beta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ ， $\sin \beta = \frac{1}{3}$ ，若 $3\sin(\alpha+2\beta) = \sin \alpha$ ，则 $\tan(\alpha+\beta) =$ _____.

16. 已知函数 $f(x) = 2x^2 - ax$ ，若不等式 $|f(x)| \leq 1$ 对任意的 $x \in [0, 1]$ 恒成立，则实数 a 的取值范围为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

已知函数 $f(x) = A\cos(\omega x + \varphi)$ ($A > 0$ ， $\omega > 0$ ， $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ ，点 $M(-\frac{7\pi}{24}, -2)$ 是该函数图象的一个最低点。

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式及函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

(2) 若 $x \in [-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}]$ ，求函数 $y = f(x)$ 的值域。

18. (12 分)

已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和， $S_n = 2a_n - 2$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 求 $a_1a_2 - a_2a_3 + \dots + (-1)^{n+1}a_n a_{n+1}$ 。

19. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对应的边分别为 a, b, c ，从以下三个条件中任选一个：

① $b \tan C = (2a - b) \tan B$ ；② $2c \cos B = 2a - b$ ；③ $a \cos A + a^2(\cos C - 1) = b^2 - c^2$ ，解答如下问题。

(1) 求角 C 的大小；

(2) 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，且 $a = mb$ ，求实数 m 的取值范围。

20. (12 分)

已知函数 $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + ax^2 + 3a^2x - \frac{5}{3}$ 。

(1) 若 $a = -1$ 时，求 $f(x)$ 在区间 $[-4, 2]$ 上的最大值与最小值；

(2) 若函数 $f(x)$ 仅有一个零点，求 a 的取值范围。

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = (x-2)e^x + ax^2 - bx$ ，其图象在点 $(0, f(0))$ 处的切线斜率为 -3 。

(1) 求 b 的值；

(2) 若 $f(x) > -e - 1$ 在 $x \in \mathbf{R}$ 上恒成立，求实数 a 的取值范围。

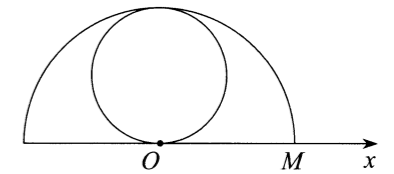
(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题记分。

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程] (10 分)

如图，在极坐标系中，已知点 $M(2, 0)$ ，曲线 C_1 是以点 O 为圆心，以 OM 为半径的半圆，曲线 C_2 是过极点且与曲线 C_1 相切于点 $(2, \frac{\pi}{2})$ 的圆。

(1) 分别写出曲线 C_1, C_2 的极坐标方程；

(2) 直线 $\theta = \alpha$ ($0 < \alpha < \pi$ ， $\rho \in \mathbf{R}$) 与曲线 C_1, C_2 分别相交于点 A, B (异于极点)，求 $\triangle ABM$ 面积的最大值。



23. [选修 4—5：不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x+m| - |x-2m|$ ($m > 0$) 的最大值为 6。

(1) 求 m 的值；

(2) 若正数 x, y, z 满足 $x+y+z=m$ ，求证： $\sqrt{xy} + \sqrt{xz} \leq \sqrt{m}$ 。