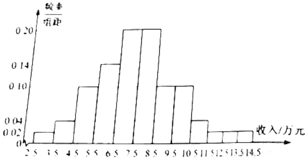
一、选择题:本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 M={1,3,5,7,9}，N={x|2x >7}，则 M∩N=

A.{7,9}　B.{5,7,9}　C.{3,5,7,9}　D.{1,3,5,7,9}

答案 B

2.为了解某地农村经济情况，对该地农户家庭年收入进行抽样调查，将农户家庭年收入的调查数据整理得到如下频率分布直方图:



根据此频率分布直方图，下面结论中不正确的是

A.该地农户家庭年收入低于 4.5 万元的农户比率估计为 6%

B.该地农户家庭年收入不低于 10.5 万元的农户比率估计为 10%

C.估计该地农户家庭年收入的平均值不超过 6.5 万元

D.估计该地有一半以上的农户，其家庭年收入介于 4.5 万元至 8.5 万元之间

答案 C

3．已知$(1-i)^2 z=3+2i$，则 z =

A. $-1-\frac{3}{2}i$　B. $-1+\frac{3}{2}i$　C. $-\frac{3}{2}+i$　D. $-\frac{3}{2}-i$

答案 B

4．下列函数中是增函数的为

A. $f(x)=-x$　　B. $f(x)=\left(\frac{2}{3}\right)^x$　　C. $f(x)=x^2$　　D. $f(x)=\sqrt[3]{x}$

答案D

5．点(3,0)到双曲线$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$的一条渐近线的距离为

A. $\frac{9}{5}$　　B. $\frac{8}{5}$　　C. $\frac{6}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

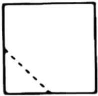
答案A

6.青少年视力是社会普遍关注的问题，视力情况可借助视力表测量。通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据，五分记录法的数据L和小数记录法的数据V满足$L=5+\lg V$。已知某同学视力的五分记录法的数据为4.9，则其视力的小数记录法的数据约为($\sqrt[10]{10}\approx 1.259$)

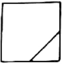
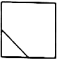
A. 1.5　　B. 1.2　　C. 0.8　　D. 0.6

答案C

7.在一个正方体中，过顶点A的三条棱的中点分别为E, F, G，该正方体截去三棱锥$A\text{-}EFG$后，所得多面体的三视图中，正视图如右图所示，则相应的侧视图是



正视图

A.  B.  C.  D. 

答案 A

8.在ΔABC中，已知$B=120^{\circ}$, $AC=\sqrt{19}$, $AB=2$,则$BC=$

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. 3

答案 D

9.记S_n为等比数列$\{a_n\}$的前n项和。若$S_2=4$, $S_4=6$，则$S_6=$

A. 7　　B. 8　　C. 9　　D. 10

答案 A

10.将 3 个 1 和 2 个 0 随机排成一行，则 2 个 0 不相邻的概率为

A. 0.3　　B. 0.5　　C. 0.6　　D. 0.8

答案 C

11、若$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$, $\tan 2\alpha=\frac{\cos\alpha}{2-\sin\alpha}$,则$\tan\alpha=$

A. $\frac{\sqrt{15}}{15}$　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

答案 A

12.设 f(x)是定义域为 R 的奇函数，且 f(1+x)=f(-x).若 $f(-\frac{1}{3})=\frac{1}{3}$,则 $f(\frac{5}{3})=$

A. $-\frac{5}{3}$　B. $-\frac{1}{3}$　C. $\frac{1}{3}$　D. $\frac{5}{3}$

因为$f(1+x)=f(-x)$，

所以$f(\frac{5}{3})=f(1+\frac{2}{3})=f(-\frac{2}{3})$。

又因为$f(x)$是定义域为R的奇函数，

所以$f(-\frac{2}{3})=-f(\frac{2}{3})$，

所以$f(\frac{2}{3})=f(1-\frac{2}{3})=f(\frac{1}{3})$，

所以$f(\frac{1}{3})=-f(-\frac{1}{3})=-\frac{1}{3}$，

又因为$f(\frac{5}{3})=-f(\frac{1}{3})$，

所以$f(\frac{5}{3})=\frac{1}{3}$。

故本题正确答案为C。

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

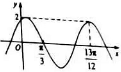
13.若向量 a,b 满足|a|=3, |a-b|=5,a·b=1,则|b|=________.

答案 $3\sqrt{2}$

14.已知一个圆锥的底面半径为 6，其体积为 30π，则该圆锥的侧面积为________.

答案 51Π

15.已知函数 f(x)=2cos (ωx+ϕ)的部分图像如图所示，则 $f(\frac{\pi}{2})$=____________.



答案 $-\sqrt{3}$

16.已知F_1, F_2为椭圆 C: $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ 的两个焦点，P，Q 为 C 上关于坐标原点对称的两点，且$|PQ|=|F_1F_2|$，则四边形 PF_1QF_2的面积为________.

根据题意得$PO=QO$，$F_1O=F_2O$，

所以四边形PF_1QF_2为平行四边形。

因为椭圆C：$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$，

所以$a=4$，$b^2=4$，$c^2=12$，$c=2\sqrt{3}$，

因为$|PQ|=|F_1F_2|$，

所以平行四边形PF_1QF_2为矩形。

设$PF_1=m$，$PF_2=n$，

所以$\begin{cases} m^2+n^2=4c^2=4\times12=48 \\ m+n=2a=2\times4=8 \end{cases}$，

所以$mn=\frac{(m+n)^2-(m^2+n^2)}{2}=8$，

所以$S_{PF_1QF_2}=mn=8$。

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤、第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17.(12 分)

甲、乙两台机床生产同种产品产品按质量分为一级品和二级品，为了比较两台机床产品的质量，分别用两台机床各生产了 200 件产品产品的质量情况统计如下表:

	一级品	二级品	合计
甲机床	150	50	200
乙机床	120	80	200
合计	270	130	400

(1)甲机床、乙机床生产的产品中一级品的频率分别是多少?

(2)能否有 99%的把握为机品质量与乙机床的产品质量有差异?

附:$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2\geq k)$	0.050	0.010	0.001

（1）由题意可知：甲机床生产的产品中一级品的频率是：150/200=3/4

乙机床生产的产品中一级品的频率是：120/200=3/5

（2）由于

$$K^2=\frac{400\times(150\times80-50\times120)^2}{270\times130\times200\times200}=\frac{400}{39}\approx10.256>6.635$$

所以，有99%的把握认为甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异。

18.(12 分)

记S_n为数列$\{a_n\}$的前 n 项和，已知$a_n>0$，$a_2=3a_1$，且数列$\{\sqrt{S_n}\}$是等差数列，证明:$\{a_n\}$是等差数列.

由$\sqrt{S_n}$是等差数列，$a_2=3a_1$，

得$\sqrt{S_2}-\sqrt{S_1}=\sqrt{4a_1}-\sqrt{a_1}=\sqrt{a_1}$

即$\{\sqrt{S_n}\}$的公差为$\sqrt{a_1}$

$\Rightarrow\sqrt{S_n}=\sqrt{S_1}+(n-1)\sqrt{a_1}=n\sqrt{a_1}$

$\Rightarrow S_n=n^2a_1$

当$n=1$，$a_1=a_1$

当$n\geq2$时，$S_n=n^2a_1$

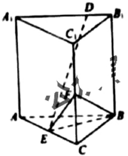
$S_{n-1}=(n-1)^2a_1$

$\Rightarrow a_n=(2n-1)a_1$

$\Rightarrow\{a_n\}$是等差数列

19.(12分)

已知直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中,侧面AA_1B_1B为正方形,AB=BC=2,E,F分别为AC和CC_1的中点，$BF\perp A_1B_1$，



(1)求三棱锥F-EBC的体积:

(2)已知D为棱A_1B_1上的点，证明: $BF\perp DE$.

（1）在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，

$BB_1\perp A_1B_1$，

因为 $BF\perp A_1B_1$，$BB_1\cap BF=B$，

BB_1、$BF\subset$ 平面 BCC_1B_1，

所以 $A_1B_1\perp$ 平面 BCC_1B_1，

因为 $AB//A_1B_1$，

所以 $AB\perp$ 平面 BCC_1B_1，

所以 $AB\perp BC$，

因为 $AB=AC$，

所以 $AC=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

所以 $CE=\sqrt{2}=BE$。

而侧面 AA_1B_1B 为正方形，

所以 $CF=\frac{1}{2}CC_1=\frac{1}{2}AB=1$，

所以

$V_{三棱锥F-EBC}=\frac{1}{3}S_{\triangle EBC}\times CF=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times1=$

（2）如图，取 BC 的中点 G，连接 EG、

B_1G，设 $B_1G\cap BF=H$，

因为点 E 是 AC 的中点，点 G 是 BC 的中

点，

所以$EG//AB$，

所以$EG//AB//B_1D$，

所以E、G、B_1、D四点共面，

由（1）可得$AB\perp$平面BCC_1B_1，

所以$EG\perp$平面BCC_1B_1，

因为$BF\subset$平面BCC_1B_1，

所以$BF\perp EG$，

因为$\tan\angle CBF=\dfrac{CF}{BC}=\dfrac{1}{2}$，

$\tan\angle BB_1G=\dfrac{BG}{BB_1}=\dfrac{1}{2}$，且这两个角都是锐角，

所以$\angle CBF=\angle BB_1G$，

所以$\angle BHB_1=\angle BGB_1+\angle CBF$

$=\angle BGB_1+\angle BB_1G=90^{\circ}$，

所以$BF\perp B_1G$，

因为$EG\cap B_1G=G$，EG、$B_1G\subset$平面EGB_1D，

所以$BF\perp$平面EGB_1D，

因为$DE\subset$平面EGB_1D，

所以$BF\perp DE$。

20.（12分）

设函数$f(x)=a^2x^2+ax-3\ln x+1$，其中 a>0。

（1）讨论$f(x)$的单调性；

（2）若$y=f(x)$的图像与 x 轴没有公共点，求 a 的取值范围。

点，

所以$EG//AB$，

所以$EG//AB//B_1D$，

所以E、G、B_1、D四点共面，

由（1）可得$AB\perp$平面BCC_1B_1，

所以$EG\perp$平面BCC_1B_1，

因为$BF\subset$平面BCC_1B_1，

所以$BF\perp EG$，

因为$\tan\angle CBF=\dfrac{CF}{BC}=\dfrac{1}{2}$，

$\tan\angle BB_1G=\dfrac{BG}{BB_1}=\dfrac{1}{2}$，且这两个角都是锐角，

所以$\angle CBF=\angle BB_1G$，

所以$\angle BHB_1=\angle BGB_1+\angle CBF$

$=\angle BGB_1+\angle BB_1G=90^{\circ}$，

所以$BF\perp B_1G$，

因为$EG\cap B_1G=G$，EG、$B_1G\subset$平面EGB_1D，

所以$BF\perp$平面EGB_1D，

因为$DE\subset$平面EGB_1D，

所以$BF\perp DE$。

20.（12分）

设函数$f(x)=a^2x^2+ax-3\ln x+1$，其中 a>0。

（1）讨论$f(x)$的单调性；

（2）若 $y=f(x)$的图像与 x 轴没有公共点，求 a 的取值范围。

(1) 因为$f(x)=a^2x^2+ax-3\ln x+1$，

$x\in(0,+\infty)$，

所以$f'(x)=2a^2x+a-\frac{3}{x}$

$=\frac{2a^2x^2+ax-3}{3}=\frac{(ax-1)(2ax+3)}{x}$。

因为$a>0$，$x>0$，

所以$\frac{2ax+3}{x}>0$，

所以当$x\in(0,\frac{1}{a})$时，$f'(x)<0$；当

$x\in(\frac{1}{a},+\infty)$时，$f'(x)>0$，

所以函数$f(x)$在$(0,\frac{1}{a})$上单调递减，在

$(\frac{1}{a},+\infty)$上单调递增。

(2) 因为$y=f(x)$的图像与x轴没有公共

点，

所以函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上没有零点，

由 (1) 可得函数$f(x)$在$(0,\frac{1}{a})$上单调递

减，在$(\frac{1}{a},+\infty)$上单调递增，

所以$f(\frac{1}{a})=3-3\ln\frac{1}{a}=3+3\ln a>0$，

所以$\ln a>-1$，

所以$a>\frac{1}{e}$，即实数a的取值范围是

$(\frac{1}{e},+\infty)$。

21.（12分）

抛物线C的顶点为坐标原点O，焦点在x轴上，直线l:$x=1$交C于P，Q两点，且$OP\perp OQ$，已知点M(2,0)，且⊙M与l相切。

（1）求C，⊙M的方程；

（2）设A_1，A_2，A_3是C上的三个点，直线A_1A_2，A_1A_3均与⊙M相切，判断直线

（1）设抛物线C的方程为$y^2 = 2px$，

令$x = 1$，则$y_p = \sqrt{2p}$（$y_p = -\sqrt{2p}$同理），

又因为$OP \perp OQ$，根据对称性可知直线OP斜率为1，

所以$\sqrt{2p} = 1$，

解得$p = \frac{1}{2}$，

所以抛物线C的方程为$y^2 = x$。

因为圆M与直线l相切，

所以圆M的半径即为圆心点M到直线l的距离为1，

因此圆M的方程为：$(x-2)^2 + y^2 = 1$。

（2）设$A_1(y_0^2, y_0)$，$A_2(y_1^2, y_1)$，$A_3(y_2^2, y_2)$，

若$y_0 = \pm 1$，此时过A_1作圆M的两条切线分别为直线l和直线$y = y_0$，

其中直线$y = y_0$与抛物线C只有A_1一个交点，不符合题意，因此$y_0^2 \neq 1$。

因为$k_{A_1A_2}=\dfrac{y_0-y_1}{y_0^2-y_1^2}=\dfrac{1}{y_0+y_1}$,

所以直线A_1A_2的方程为：

$y-y_0=\dfrac{1}{y_0+y_1}(x-y_0^2)$,

整理可得：$x-(y_0+y_1)y+y_0y_1=0$,

同理可得，直线A_1A_3的方程为：

$x-(y_0+y_2)y+y_0y_2=0$,

直线A_2A_3的方程为：

$x-(y_1+y_2)y+y_1y_2=0$,

由题意得，点M到直线A_1A_2的距离

$d_1=\dfrac{|2+y_0y_1|}{\sqrt{1+(y_0+y_1)^2}}=1$,

整理可得，

$(y_0^2-1)y_1^2+2y_0y_1+3-y_0^2=0$,

同理有，

$(y_0^2-1)y_2^2+2y_0y_2+3-y_0^2=0$,

根据韦达定理有：$y_1+y_2=-\dfrac{2y_0}{y_0^2-1}$,

$y_1y_2=\dfrac{3-y_0^2}{y_0^2-1}$,

此时点M到直线A_2A_3的距离

$$d'=\frac{|2+y_1y_2|}{\sqrt{1+(y_1+y_2)^2}}=\frac{\left|2+\frac{3-y_0^2}{y_0^2-1}\right|}{\sqrt{1+\left(\frac{-2y_0}{y_0^2-1}\right)^2}}$$

$$=\frac{|2(y_0^2-1)+3-y_0^2|}{\sqrt{(y_0^2-1)^2+(-2y_0)^2}}=1。$$

因此直线A_2A_3与圆M相切。

（二）选考题：共10分，请考生在22、23题中任选一题作答如果多做，则按所

做的第一题计分。

22.[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为$\rho=2\sqrt{2}\cos\theta$。

（1）将 C 的极坐标方程化为直角坐标方程；

（2）设点 A 的直角坐标为(1,0)，M 为 C 上的动点，点 P 满足$\overline{AP}=\sqrt{2}\overline{AM}$，写出 P 的轨迹 C_1 的参数方程，并判断 C 与 C_1 是否有公共点。

（1）$\rho^2=2\sqrt{2}\rho\cos Q$，得到：$x^2+y^2=2\sqrt{2}x$

即：C：$x^2-2\sqrt{2}x+y^2=0$.

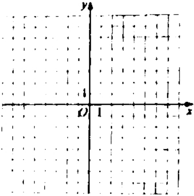
（2）C 在圆 C_1 内部，没有公共点。

23. [选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=|x-2|$，$g(x)=|2x+3|-|2x-1|$。

（1）画出 $y=f(x)$和 $y=g(x)$的图像；

（2）若 $f(x+a)\geq g(x)$，求 a 的取值范围。



(2)a 取值范围为[11/2，+∞)