

成都市 2018 级高中毕业班第三次诊断性检测

数 学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第 I 卷(选择题)1 至 2 页,第 II 卷(非选择题)3 至 4 页,共 4 页,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

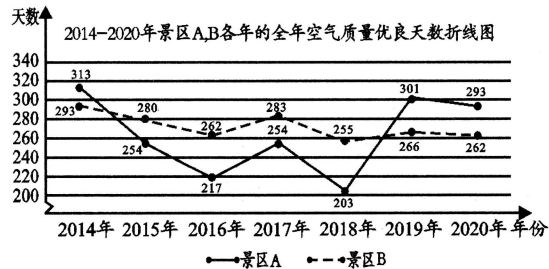
注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用 0.5 毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第 I 卷 (选择题,共 60 分)

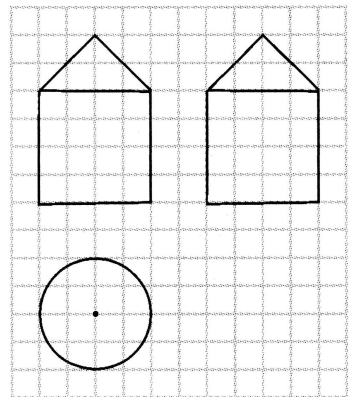
一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid x > 3\}$, $B = \{x \mid x < 4\}$, 则 $(\complement_U A) \cup B =$
(A) $\{x \mid x < 3\}$ (B) $\{x \mid x \leq 3\}$ (C) $\{x \mid x < 4\}$ (D) $\{x \mid x \leq 4\}$
2. 已知复数 $z = \frac{1-3i}{1-i}$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$
(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $\sqrt{5}$
3. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 若 $a = 3b$, $\sin A = \frac{3}{5}$, 则 $\sin B$ 的值为
(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{15}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{5}{9}$
4. 某市环境保护局公布了该市 A, B 两个景区 2014 年至 2020 年各年的全年空气质量优良天数的数据. 现根据这组数据绘制了如图所示的折线图, 则由该折线图得出的下列结论中正确的是
(A) 景区 A 这七年的空气质量优良天数的极差为 98
(B) 景区 B 这七年的空气质量优良天数的中位数为 283
(C) 分别记景区 A, B 这七年的空气质量优良天数的众数为 m_1, m_2 , 则 $m_1 > m_2$
(D) 分别记景区 A, B 这七年的空气质量优良天数的标准差为 s_1, s_2 , 则 $s_1 > s_2$



5. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \geq 0, \\ x - y + 1 \geq 0, \\ x + 2y - 2 \leq 0. \end{cases}$ 则 $z = 3x + 5y$ 的最大值为
(A) 10 (B) 8 (C) 6 (D) 5

6. 某几何体的三视图如图所示, 已知网格纸上的小正方形边长为 1, 则该几何体的表面积为
(A) $(20 + 8\sqrt{2})\pi$ (B) $(20 + 4\sqrt{2})\pi$
(C) $(24 + 8\sqrt{2})\pi$ (D) $(24 + 4\sqrt{2})\pi$



7. 已知函数 $f(x) = \ln x + \frac{m}{x}$ ($m \in \mathbf{R}$) 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线 l 的斜率为 2, 则直线 l 在 y 轴上的截距为
(A) 3 (B) -3
(C) 1 (D) -1
8. 设向量 $a = (x, x - 1)$, $b = (2, -1)$. 若 $a + 2b$ 与 b 共线, 则实数 x 的值为
(A) $\frac{2}{3}$ (B) $-\frac{5}{3}$ (C) 10 (D) -11
9. 命题 p : 函数 $f(x) = a^{-x+1}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象恒过定点 $(0, 1)$; 命题 q : 当 $t \in (-2, 2)$ 时, 函数 $g(x) = x^2 - 3tx + 1$ 在区间 $(-3, 3)$ 上存在最小值. 则下列命题为真命题的是
(A) $p \wedge q$ (B) $p \vee (\neg q)$ (C) $(\neg p) \vee q$ (D) $(\neg p) \wedge (\neg q)$
10. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点为 F_2 , 点 M, N 在双曲线的同一条渐近线上, O 为坐标原点. 若直线 F_2M 平行于双曲线的另一条渐近线, 且 $OF_2 \perp F_2N$, $|F_2M| = \frac{\sqrt{5}}{2} |F_2N|$, 则该双曲线的渐近线方程为
(A) $y = \pm \frac{1}{4}x$ (B) $y = \pm \frac{1}{2}x$ (C) $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$ (D) $y = \pm 2x$
11. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 已知 $PA = AB = AC = 2$, $\angle PAB = \frac{\pi}{2}$, $\angle BAC = \frac{2\pi}{3}$, D 是线段 BC 上的点, $BD = 2DC$, $AD \perp PB$. 若三棱锥 $P-ABC$ 的各顶点都在球 O 的球面上, 则球 O 的半径为
(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{5}$
12. 已知等边 $\triangle ABC$ 的三个顶点均在圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上, 点 $P(\sqrt{3}, \sqrt{6})$, 则 $\vec{PA} \cdot \vec{PB} + \vec{PA} \cdot \vec{PC}$ 的最小值为
(A) 14 (B) 10 (C) 8 (D) 2

第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 计算 $8^{-\frac{1}{3}} + \frac{\lg 6}{\lg 2} - \log_2 3$ 的值为_____.

14. 若 $(x + \frac{a}{x})^9$ 的展开式中 x^3 的系数为 $\frac{21}{2}$, 则实数 a 的值为_____.

15. 已知 F 为抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点, 过点 F 且斜率为 1 的直线与抛物线相交于 A, B 两点. 若 $|AF| - |BF| = \sqrt{6}$, 则线段 AB 的长为_____.

16. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, \varphi \in \mathbf{R}$) 在区间 $(\frac{7\pi}{12}, \frac{5\pi}{6})$ 上单调, 且满足 $f(\frac{7\pi}{12}) = -f(\frac{3\pi}{4})$. 有下列结论:

① $f(\frac{2\pi}{3}) = 0$;

② 若 $f(\frac{5\pi}{6} - x) = f(x)$, 则函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π ;

③ 关于 x 的方程 $f(x) = 1$ 在区间 $[0, 2\pi)$ 上最多有 4 个不相等的实数解;

④ 若函数 $f(x)$ 在区间 $[\frac{2\pi}{3}, \frac{13\pi}{6})$ 上恰有 5 个零点, 则 ω 的取值范围为 $(\frac{8}{3}, 3]$.

其中所有正确结论的编号为_____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

《营造法式》是中国北宋时期官方颁布的一部建筑设计与施工的书籍, 标志着我国古代建筑技术和工艺发展到了较高水平. 中国近代建筑之父梁思成用现代语言和制图方法对该书进行了注释, 著有《〈营造法式〉注释》. 为了让建筑类学生了解古建筑设计与构造的原理, 某建筑大学为大三和四大的学生开设了一门选修课程《营造法式及其注释》. 为检测学生学习效果, 要求所有选修该门课程的学生完成“应用营造法式独立制作一件古建筑模型”的作业. 已知选修该门课程的大三与大四学生的人数之比为 3:2, 现用分层抽样的方法从所有作业中随机抽取 100 份 (每位学生均上交一份作业), 并评出成绩, 得到如下频数分布表.

成绩(单位:分)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
频数(不分年级)	4	x	20	38	30
频数(大三年级)	3	6	15	y	12

(I) 求 x, y 的值; 并估计这 100 份作业中大三学生作业的平均成绩 (同一组中的数据用该组区间的中点值为代表);

(II) 在这 100 份作业的样本中, 从成绩在 $[50, 80)$ 的大四学生作业中随机抽取 2 份, 记抽取的这 2 份作业中成绩在 $[60, 70)$ 的份数为 X , 求 X 的分布列与数学期望.

18. (本小题满分 12 分)

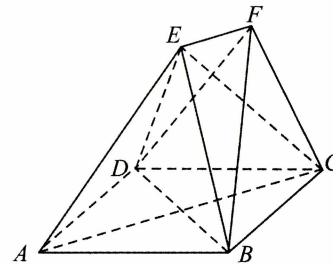
已知数列 $\{a_n\}$ 中 $a_1 = 1, a_2 = 3$, 且满足 $a_{n+2} + 3a_n = 4a_{n+1}$. 设 $b_n = a_{n+1} - a_n, n \in \mathbf{N}^*$.

(I) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 记 $c_n = \log_3(a_n + b_n)$, 数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求 S_{20} .

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在多面体 $ABCDEF$ 中, 四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形, $\angle DAB = \frac{\pi}{3}$, $EB = ED$, $EF \parallel AC$.



(I) 求证: 平面 $BDF \perp$ 平面 $ACFE$;

(II) 若 $EA = EC, EF = \frac{1}{4}AC$, 多面体 $ABCDEF$ 的体积为 $\frac{5}{2}$, 求平面 ABE 与平面 BDF 所成锐二面角的余弦值.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的四个顶点围成的四边形的面积为 $2\sqrt{5}$, 右焦点 F_2

到直线 $x - y + 2 = 0$ 的距离为 $2\sqrt{2}$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 过点 $M(-3, 0)$ 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, 过点 F_2 作直线 l 的垂线, 垂足为 N (点 A, B 在点 M, N 之间). 若 $\triangle AF_2M$ 与 $\triangle BF_2N$ 面积相等, 求直线 l 的方程.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \cos x - ax^2$, 其中 $a \in \mathbf{R}, x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

(I) 当 $a = -\frac{1}{2}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的值域;

(II) 若函数 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上恰有两个极小值点 x_1, x_2 , 求 a 的取值范围; 并判断是

否存在实数 a , 使得 $f(x_2 - x_1) = 1 + \frac{1}{9}(x_2 - x_1)^2$ 成立? 若存在, 求出 a 的值; 若不存在, 请说明理由.

请考生在第 22, 23 题中任选择一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 作答时, 用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = k^2, \\ y = \sqrt{2}k \end{cases}$ (k 为参数). 以坐标原点 O 为极

点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos(\theta - \frac{\pi}{4}) = 1$.

(I) 求曲线 C 与直线 l 的普通方程;

(II) 设直线 l 与曲线 C 相交于 P, Q 两点, 点 $M(\sqrt{2}, 0)$, 求 $|PM|^2 + |QM|^2$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x^2 - 4| + |x + 2| - 4$.

(I) 若关于 x 的方程 $f(x) = m$ 有唯一实数解, 求实数 m 的值;

(II) 对 (I) 中的 m 值, 若正实数 a, b 满足 $a + b + 2m = 0$, 试比较 $\frac{1}{a+3} + \frac{1}{b+5}$ 与 $\frac{1}{4}$ 的大小, 并说明理由.

成都市2018级高中毕业班第三次诊断性检测
数学(理科)答题卡

姓名		座位号	
考籍号			

贴条形码区
(正面朝上切勿贴出虚线框外)

考生禁填

缺考标记

缺考考生由监考员贴条形码,并用2B铅笔填涂上面的缺考标记。

注意事项

- 答题前,考生务必先认真核对条形码上的姓名、考籍号和座位号,无误后将本人姓名、考籍号和座位号填写在相应位置,同时将背面左上角相应的座位号涂黑。
- 选择题填涂时,必须使用2B铅笔按图示规范填涂;非选择题必须使用0.5毫米的黑色墨迹签字笔作答。
- 必须在题目所指示的答题区域内作答,超出答题区域的答案无效,在草稿纸、试题卷上答题无效。
- 保持答题卡清洁、完整,严禁折叠,严禁使用涂改液和修正带。

第I卷

(须用2B铅笔填涂)

填涂样例 错误填涂 正确填涂

- | | | |
|---|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 (A) (B) (C) (D) | <input checked="" type="checkbox"/> 6 (A) (B) (C) (D) | <input checked="" type="checkbox"/> 11 (A) (B) (C) (D) |
| <input checked="" type="checkbox"/> 2 (A) (B) (C) (D) | <input checked="" type="checkbox"/> 7 (A) (B) (C) (D) | <input checked="" type="checkbox"/> 12 (A) (B) (C) (D) |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3 (A) (B) (C) (D) | <input checked="" type="checkbox"/> 8 (A) (B) (C) (D) | |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 (A) (B) (C) (D) | <input checked="" type="checkbox"/> 9 (A) (B) (C) (D) | |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 (A) (B) (C) (D) | <input checked="" type="checkbox"/> 10 (A) (B) (C) (D) | |

第II卷 【必考题】 (须用0.5毫米的黑色字迹中性笔书写)

13. 14. 15. 16.

17.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题,超出该区域的答案无效!

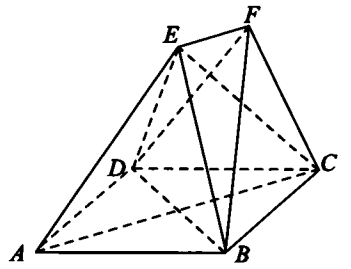
请在各题规定的黑色矩形区域内答题,超出该区域的答案无效!

18.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题,超出该区域的答案无效!

请在各题规定的黑色矩形区域内答题,超出该区域的答案无效!

19.



请在各题规定的黑色矩形区域内答题,超出该区域的答案无效!

请在各题规定的黑色矩形区域内答题,超出该区域的答案无效!

20.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题,超出该区域的答案无效!

请在各题规定的黑色矩形区域内答题,超出该区域的答案无效!

21.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题,超出该区域的答案无效!

请在各题规定的黑色矩形区域内答题,超出该区域的答案无效!

第 II 卷【选考题】 以下为选考题,每个答题区只允许选答一题,答题前,请考生务必将所选题号用2B铅笔涂黑。

请考生从22、23二题中任选一题做答,并用2B铅笔将所选题号涂黑,多涂、错涂、漏涂均不给分,如果多做,则按所做的第一题计分。

请在各题规定的黑色矩形区域内答题,超出该区域的答案无效!

请在各题目的答题区域内作答,超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答,超出答题区域的答案无效