成都市2017级高中毕业班第三次诊断性检测

数学(文科)参考答案及评分意见

第Ⅰ卷　(选择题,共60分)

一、选择题:(每小题5分,共60分)

1.C；　2.D；　3.D；　4.A；　5.B；　6.C；　7.D；　8.B；　9.A；　10.B；　11.C；　12.A.

第Ⅱ卷　(非选择题,共90分)

二、填空题:(每小题5分,共20分)

13. $-\dfrac{2}{3}$；　　14. 0.54；　　15. $\dfrac{79}{2}$；　　16. 2.

三、解答题:(共70分)

17.解:(Ⅰ)该小组共有11名销售员2019年度月均销售额超过3.52万元,分别是:3.54,3.56,3.56,3.57,3.59,3.60,3.64,3.64,3.67,3.70,3.70. ……2分

∴ 月均销售额超过3.52万元的销售员占该小组的比例为 $\dfrac{11}{20}=55\%$. ……4分

∵ $55\%<65\%$,故不需要对该销售小组发放奖励. ……6分

(Ⅱ)由题意,可得月均销售额不低于3.60万元的销售员有5名,其中超过3.68万元的销售员有2名,记为 A_1,A_2,其余的记为 a_1,a_2,a_3.

从上述5名销售员中随机抽取2名的所有结果为 (A_1,A_2),(A_1,a_1),(A_1,a_2),(A_1,a_3),(A_2,a_1),(A_2,a_2),(A_2,a_3),(a_1,a_2),(a_1,a_3),(a_2,a_3).共有10种. ……8分

其中至少有1名销售员月均销售额超过3.68万元的结果为 (A_1,A_2),(A_1,a_1),(A_1,a_2),(A_1,a_3),(A_2,a_1),(A_2,a_2),(A_2,a_3).共有7种. ……10分

故所求概率为 $P=\dfrac{7}{10}$. ……12分

18.解:(Ⅰ)在 $\triangle ABC$ 中,∵ $\sin(A+B)=\sin(\pi-C)=\sin C$,

∴ $(a-c)\sin C=(a-b)(\sin A+\sin B)$. ……1分

由正弦定理,得 $(a-c)c=(a-b)(a+b)$. ……2分

整理,得 $c^2+a^2-b^2=ac$. ……3分

∴ $\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ac}=\dfrac{1}{2}$. ……4分

∴ $\cos B=\dfrac{1}{2}$. ……5分

又 $0<B<\pi$,∴ $B=\dfrac{\pi}{3}$. ……6分

(Ⅱ) $\because b=4$，$\therefore a^2+c^2-16=ac$ ， ……7 分

即 $(a+c)^2-16=3ac$. ……8 分

$\because ac\leqslant(\frac{a+c}{2})^2$，$\therefore(a+c)^2-16\leqslant 3(\frac{a+c}{2})^2$. ……9 分

$\therefore \frac{1}{4}(a+c)^2\leqslant 16$. ……10 分

$\therefore a+c\leqslant 8$,当且仅当 $a=c$ 时等号成立. ……11 分

$\therefore a+c$ 的最大值为 8. ……12 分

19.解:(Ⅰ)如图,取 AD 的中点 O . 连接 OM,ON .

在矩形 $ADEF$ 中，$\because$ O,M 分别为线段 AD,EF 的中点，

$\therefore OM//AF$. ……1 分

又 $OM\not\subset$ 平面 ACF ，$AF\subset$ 平面 ACF ，

$\therefore OM//$ 平面 ACF . ……2 分

在$\triangle ACD$ 中，$\because$ O,N 分别为线段 AD,CD 的中点，

$\therefore ON//AC$.

又 $ON\not\subset$ 平面 ACF ，$AC\subset$ 平面 ACF ，

$\therefore ON//$ 平面 ACF . ……3 分

又 $OM\cap ON=O$ ，OM,$ON\subset$ 平面 MON ，

$\therefore$ 平面 $MON//$ 平面 ACF . ……4 分

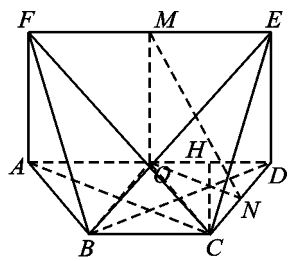
又 $MN\subset$ 平面 MON ，$\therefore$ $MN//$ 平面 ACF . ……5 分

(Ⅱ)如图,过点 C 作 $CH\perp AD$ 于 H.

$\because$ 平面 $ADEF\perp$ 平面 $ABCD$,平面 $ADEF\cap$ 平面 $ABCD=AD$,$CH\subset$平面 $ABCD$,

$\therefore$ $CH\perp$ 平面 $ADEF$.

同理 $DE\perp$ 平面 $ABCD$. ……7 分



连接 OB ，OC . 在 $\triangle ABD$ 中，$\because$ $AB\perp BD$,$AD=4$，

$\therefore OB=\frac{1}{2}AD=2$.

同理 $OC=2$.

$\because BC=2$，$\therefore$ 等边 $\triangle OBC$ 的高为 $\sqrt{3}$,即 $CH=\sqrt{3}$. ……8 分

连接 BE .

$\therefore V_{ABCDEF}=V_{B-ADEF}+V_{B-CDE}=V_{B-ADEF}+V_{E-BCD}$

$$=\frac{1}{3}S_{ADEF}\cdot CH+\frac{1}{3}S_{\triangle BCD}\cdot DE=\frac{1}{3}\times 2\times 4\times\sqrt{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}\times 2$$

$$=\frac{10\sqrt{3}}{3}.$$ ……12 分

20.解:(Ⅰ)当 $m=1$ 时,$f(x)=\frac{e^x}{e}-\ln x$. 则 $f'(x)=\frac{e^x}{e}-\frac{1}{x}$. ……1 分

∵ $f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,且 $f'(1)=0$, ……2 分

∴当 $x\in(0,1)$ 时,$f'(x)<0$;当 $x\in(1,+\infty)$ 时,$f'(x)>0$. ……3 分

∴ $f(x)$ 的单调递减区间为 $(0,1)$,单调递增区间为 $(1,+\infty)$. ……4 分

(Ⅱ)当 $m=2$ 时,$f(x)=\frac{e^x}{e^2}-\ln x$. 则 $f'(x)=\frac{e^x}{e^2}-\frac{1}{x}$.

∵ $f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,且 $f'(1)=\frac{1}{e}-1<0$,$f'(2)=1-\frac{1}{2}>0$,

……5 分

∴ 存在唯一的 $x_0\in(1,2)$,使得 $f'(x_0)=0$. ……6 分

∴ 当 $x\in(0,x_0)$ 时,$f'(x)<0$,即 $f(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递减;

当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时,$f'(x)>0$,即 $f(x)$ 在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递增.

∴$f(x)_{最小值}=f(x_0)=\frac{e^{x_0}}{e^2}-\ln x_0$. ……7 分

又 $\frac{e^{x_0}}{e^2}=\frac{1}{x_0}$,即 $\ln e^{x_0-2}=\ln\frac{1}{x_0}$. 化简,得 $x_0-2=-\ln x_0$. ……9 分

∴$f(x)_{最小值}=\frac{e^{x_0}}{e^2}-\ln x_0=\frac{1}{x_0}+x_0-2$. ……10 分

∵$x_0\in(1,2)$,∴$f(x)_{最小值}=\frac{1}{x_0}+x_0-2>2\sqrt{\frac{1}{x_0}\cdot x_0}-2=0$. ……11 分

∴ 当 $m=2$ 时,$f(x)>0$. ……12 分

21.解:(Ⅰ)∵ 椭圆 C 的左焦点 $F_1(-\sqrt{3},0)$,∴ $c=\sqrt{3}$. ……1 分

将 $Q(1,\frac{\sqrt{3}}{2})$ 代入 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$,得 $\frac{1}{a^2}+\frac{3}{4b^2}=1$.

又 $a^2-b^2=3$,∴$a^2=4$,$b^2=1$. ……2 分

∴ 椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ……3 分

(Ⅱ)(i)设点 $P(x_0,y_0)$. 设过点 P 与椭圆 C 相切的直线方程为 $y=k(x-x_0)+y_0$.

由 $\begin{cases}y=k(x-x_0)+y_0\\x^2+4y^2-4=0\end{cases}$,消去 y,得 $(1+4k^2)x^2+8k(y_0-kx_0)x+4(y_0-kx_0)^2-4=0$.

$\Delta=64k^2(y_0-kx_0)^2-4(4k^2+1)[4(y_0-kx_0)^2-4]$.

令 $\Delta=0$,整理得 $(4-x_0^2)k^2+2x_0y_0k+1-y_0^2=0$. ……4 分

由已知,则 $k_1k_2=\dfrac{1-y_0^2}{4-x_0^2}$. ……5 分

又 $x_0^2+y_0^2=5$, $\therefore k_1k_2=\dfrac{1-(5-x_0^2)}{4-x_0^2}=\dfrac{x_0^2-4}{4-x_0^2}=-1$. ……6 分

(ii)设点 $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$.

当直线 PA 的斜率存在时,设直线 PA 的方程为 $y=k_1(x-x_1)+y_1$.

由 $\begin{cases} y=k_1(x-x_1)+y_1 \\ x^2+4y^2-4=0 \end{cases}$,消去 y,得 $(1+4k_1^2)x^2+8k_1(y_1-k_1x_1)x+4(y_1-k_1x_1)^2-4=0$.

$\Delta=64k_1^2(y_1-k_1x_1)^2-4(1+4k_1^2)[4(y_1-k_1x_1)^2-4]$.

令 $\Delta=0$,整理得 $(4-x_1^2)k_1^2+2x_1y_1k_1+1-y_1^2=0$.

则 $k_1=-\dfrac{x_1y_1}{4-x_1^2}=-\dfrac{x_1y_1}{4y_1^2}=-\dfrac{x_1}{4y_1}$.

$\therefore$ 直线 PA 的方程为 $y=-\dfrac{x_1}{4y_1}(x-x_1)+y_1$.

化简,可得 $x_1x+4y_1y=4y_1^2+x_1^2$,即 $\dfrac{x_1x}{4}+y_1y=1$.

经验证,当直线 PA 的斜率不存在时,直线 PA 的方程为 $x=2$ 或 $x=-2$,也满足 $\dfrac{x_1x}{4}+y_1y=1$.

……7 分

同理,可得直线 PB 的方程为 $\dfrac{x_2x}{4}+y_2y=1$.

$\because P(x_0,y_0)$ 在直线 PA,PB 上,$\therefore \dfrac{x_1x_0}{4}+y_1y_0=1$, $\dfrac{x_2x_0}{4}+y_2y_0=1$.

$\therefore$ 直线 AB 的方程为 $\dfrac{x_0x}{4}+y_0y=1$. ……8 分

由 $\begin{cases} \dfrac{x_0x}{4}+y_0y=1 \\ x^2+4y^2=4 \end{cases}$,消去 y,得 $(3y_0^2+5)x^2-8x_0x+16-16y_0^2=0$.

$\therefore x_1+x_2=\dfrac{8x_0}{3y_0^2+5}$, $x_1x_2=\dfrac{16-16y_0^2}{3y_0^2+5}$.

$\therefore |AB|=\sqrt{1+\dfrac{x_0^2}{16y_0^2}}\,|x_1-x_2|=\sqrt{\dfrac{15y_0^2+5}{16y_0^2}\left[\dfrac{64x_0^2-4(3y_0^2+5)(16-16y_0^2)}{(3y_0^2+5)^2}\right]}$

$=\dfrac{2\sqrt{5}}{3y_0^2+5}\sqrt{\dfrac{3y_0^2+1}{y_0^2}(3y_0^4+y_0^2)}=\dfrac{2\sqrt{5}(3y_0^2+1)}{3y_0^2+5}$. ……9 分

又由(i)可知当直线 PA,PB 的斜率都存在时,$PM \perp PN$;易知当直线 PA 或 PB 斜率不存在时,也有 $PM \perp PN$.

$\therefore MN$ 为圆 O 的直径,即 $|MN|=2\sqrt{5}$. ……10 分

$\therefore \dfrac{|AB|}{|MN|}=\dfrac{\dfrac{2\sqrt{5}(3{y_0}^2+1)}{3{y_0}^2+5}}{2\sqrt{5}}=\dfrac{3{y_0}^2+1}{3{y_0}^2+5}=1-\dfrac{4}{3{y_0}^2+5}$. ……11 分

又 ${y_0}^2\in[0,5]$,$\therefore 1-\dfrac{4}{3{y_0}^2+5}\in[\dfrac{1}{5},\dfrac{4}{5}]$.

$\therefore \dfrac{|AB|}{|MN|}$ 的取值范围为 $[\dfrac{1}{5},\dfrac{4}{5}]$. ……12 分

22. 解:(Ⅰ)由直线 l 的参数方程,消去参数 t ,得直线 l 的普通方程为 $x-y+4=0$.

……3 分

由 $\rho^2=x^2+y^2$,$\rho\cos\theta=x$,得曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2+y^2+6x-a=0$.

……5 分

(Ⅱ)将直线 l 的参数方程代入曲线 C 的直角坐标方程,并整理,得

$t^2+\dfrac{5\sqrt{2}}{3}t-\dfrac{64}{9}-a=0$. …(*) ……6 分

设 t_1,t_2 是方程(*)的两个根,则有 $\Delta>0$,$t_1+t_2=-\dfrac{5\sqrt{2}}{3}$,$t_1t_2=-(\dfrac{64}{9}+a)$.

……7 分

由题意,不妨设 $t_1=-2t_2$. ……8 分

$\therefore {t_2}^2=\dfrac{32}{9}+\dfrac{a}{2}=\dfrac{50}{9}$. ……9 分

解得 $a=4$,符合条件 $a>0$. $\therefore a=4$. ……10 分

23. 解:(Ⅰ)不等式 $f(x)<x$ 即 $|x-1|-|x+2|<x$.

①当 $x\geqslant 1$ 时,化简得 $-3<x$.解得 $x\geqslant 1$; ……1 分

②当 $-2<x<1$ 时,化简得 $-2x-1<x$.解得 $-\dfrac{1}{3}<x<1$; ……2 分

③当 $x\leqslant -2$ 时,化简得 $3<x$.此时无解. ……3 分

综上,所求不等式的解集为 $\{x\mid x>-\dfrac{1}{3}\}$. ……4 分

(Ⅱ)$\because |x-1|-|x+2|\leqslant|(x-1)-(x+2)|=3$,当且仅当 $x\leqslant -2$ 时等号成立.

$\therefore M=3$. 即 $a+4b+9c=1$. ……6 分

$\because \frac{1-9c}{ab}+\frac{a-3c}{ac}=\frac{a+4b}{ab}+\frac{1}{c}-\frac{3}{a}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$， ……7 分

又 $a,b,c>0$，

$\therefore \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c})(a+4b+9c)\geqslant(\frac{1}{\sqrt{a}}\cdot\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{b}}\cdot\sqrt{4b}+\frac{1}{\sqrt{c}}\cdot\sqrt{9c})^2$

……8 分

$=(1+2+3)^2=36.$ ……9 分

当且仅当 $\frac{\frac{1}{a}}{a}=\frac{\frac{1}{b}}{4b}=\frac{\frac{1}{c}}{9c}$ 时取等号.

$\therefore \frac{1-9c}{ab}+\frac{a-3c}{ac}$ 的最小值为 36. ……10 分